

INDUKSI MATEMATIKA

Nama :

Kelompok :

Kelas :

1. Perhatikan pola bilangan berikut $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$!

- Tentukanlah formula yang berlaku untuk penjumlahan bilangan tersebut!
- Buktikan kebenaran formula yang kamu peroleh dengan prinsip induksi matematika!

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, ikutilah langkah-langkah penyelesaian di bawah ini!

a. Temukan formula pola jumlah n bilangan genap.

n	Jumlah n bilangan genap pertama
1	$2 = 1 \times 2$
2	$2 + 4 = 2 \times 3 = 6$
3	$2 + 4 + 6 = (\dots) \times (\dots) = \dots$
4	$2 + 4 + 6 + \dots = (\dots) \times (\dots) = \dots$
5	$2 + 4 + 6 + \dots + \dots = (\dots) \times (\dots) = \dots$
...	
n	$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = (\dots) \times (\dots + \dots) = \dots (\dots + \dots)$

b. Buktikan kebenaran formula di atas menggunakan prinsip induksi matematika.

Misalkan $p(n) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \dots (\dots + \dots)$

1) Langkah awal (Langkah I)

- Untuk $n = 1$ maka $p(1) = \dots (\dots + \dots) = \dots (\dots) = \dots$
Jadi $p(1)$ benar.

2) Langkah induksi

➤ Langkah II (Hipotesa Induksi)

Karena $p(1)$ benar, maka $p(2)$ juga benar, hingga dapat diperoleh untuk $n = k$

$P(k) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = \dots (\dots + \dots)$ juga benar, untuk setiap k bilangan asli.

➤ Langkah III

Karena $2 + 4 + 6 + \dots + 2k = \dots (\dots + \dots)$ adalah pernyataan yang benar, maka akan ditunjukkan bahwa untuk $n = k + 1$, sedemikian sehingga

$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$ adalah suatu pernyataan yang benar.

Akan dibuktikan benar untuk $n = k + 1$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$$

$$\dots (\dots + \dots) + 2(k + 1) = (\dots + \dots)(\dots + \dots)$$

$$\dots + \dots + 2k + 2 = \dots + \dots + 2k + 2$$

$$\dots + \dots + 2 = \dots + \dots + 2$$

Dengan demikian terbukti bahwa $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \dots + \dots + 2$ adalah benar untuk setiap n bilangan asli.