

# Квадратно уравнение

Квадратно уравнение: Уравнение от вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , където  $a$ ,  $b$  и  $c$  са реални числа и  $a \neq 0$ .

| Непълно квадратно уравнение, $a \neq 0$      | Корени на уравнението                                                                      | Примери                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $ax^2 = 0$                                   | Единствен корен $x = 0$ .                                                                  | $6x^2 = 0, x = 0$                                                                                                                                                  |
| $ax^2 + c = 0, c \neq 0$                     | Ако $a$ и $c$ имат различни знаци има два корена:<br>$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ . | а) $4x^2 - 25 = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{25}{4}}, x_{1,2} = \pm \frac{5}{2}$<br>б) $-3x^2 + 21 = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{21}{3}}, x_{1,2} = \pm \sqrt{7}$ |
|                                              | Ако $a$ и $c$ са с един и същ знак, няма реални корени.                                    | $2x^2 + 5 = 0; 2x^2 = -5$<br>Няма реални корени ( $2x^2 \geq 0$ за всяко $x$ ).                                                                                    |
| $ax^2 + bx = 0, b \neq 0$<br>$x(ax + b) = 0$ | Два корена: $x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{b}{a}$ .                                             | $5x^2 + 45x = 0, x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{45}{5} = -9$                                                                                                             |

**Задача 1** Решете непълните квадратни уравнения. Срещу всеки от посочените отговори изберете подточка, съответстваща на самото уравнение.

Решете уравнението.

а)  $\sqrt{3}x^2 = 0$     б)  $2y^2 = 288$     в)  $3x^2 + 7 = 0$     г)  $7z^2 - 3 = 0$     д)  $6x^2 = 48x$

$x_1 = 0, x_2 = 8$

няма реални корени

$x = 0$

$x_{1/2} = \pm 12$

$x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{21}}{7}$

| Пълно квадратно уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ , $a \neq 0$ |                                                                                                       |                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Дискриминанта<br>$D = b^2 - 4ac$                           | Корени на уравнението                                                                                 | Примери                                                                                                                                                 |
| $D > 0$                                                    | Два различни корена:<br>$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ | $3x^2 + x - 2 = 0$<br>$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6}$ $x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{3}$ |

Изгледайте видеото. Припомнете си как се решават квадратни уравнения. Препишете всички разгледани задачи.

**Задача 2** Решете пълните квадратни уравнения като попълните съответните полета.

a)  $x^2 + 4x - 21 = 0$

$a = \square$  ,  $b = \square$  ,  $c = \square$

$D = \square^2 - 4 \cdot \square \cdot (\square)$

$D = \square$  ,  $\sqrt{D} = \square$

$x_1 = \frac{-\square - \square}{2 \cdot \square} = \square$

$x_2 = \frac{-\square + \square}{2 \cdot \square} = \square$

б)  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$a = \square$  ,  $b = \square$  ,  $c = \square$

$D = \square^2 - 4 \cdot \square \cdot (\square)$

$D = \square$  ,  $\sqrt{D} = \square$

$x_1 = \frac{-\square - \square}{2 \cdot \square} = \square$

$x_2 = \frac{-\square + \square}{2 \cdot \square} = \square$

**Формули на Виет:**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ и } x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$5x^2 + 13x + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{13}{5} \text{ и } x_1 x_2 = \frac{4}{5}$$

**Задача 3** Приложете формулите на Виет и без да решавате определете корените на уравненията.

Свържете числата с уравнението, на което те са корени.

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 + \sqrt{3} \text{ и } 1 - \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$-5 \text{ и } 3$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$-2\sqrt{3} \text{ и } \sqrt{3}$$

$$x^2 + \sqrt{3}x - 6 = 0$$

$$-\sqrt{9} \text{ и } 5$$

**Разлагане на квадратния тричлен на множители:**

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$3x^2 + x - 2 = 0; x_1 = -1 \text{ и } x_2 = \frac{2}{3}$$

$$3x^2 + x - 2 = 3(x + 1)\left(x - \frac{2}{3}\right) = (x + 1)(3x - 2)$$

Изгледайте видеото и препишете разгледания пример.

Задача 4 Като използвате намерените корени на квадратните уравнения в задача 2, разложете квадратните тричлени на линейни множители.

а)  $x^2 + 4x - 21 = ( \dots\dots\dots ) \cdot ( \dots\dots\dots )$

б)  $2x^2 + 5x - 3 = ( \dots\dots\dots ) \cdot ( \dots\dots\dots )$