

PHÉP TÍNH VỀ VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 14. [ĐỀ GỐC CỦA ĐỀ MINH HỌA 2022 CỦA BỘ GIÁO DỤC] Trong không gian $Oxyz$, cho

hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.



LỜI GIẢI

Chọn C.

Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v} = (1 - 2; 3 - 1; -2 - (-1)) = (-1; 2; -1)$

PHÂN TÍCH:

- Dạng toán:** Các phép toán vectơ trong không gian tọa độ $Oxyz$.
- Mức độ:** Nhận biết.
- Định hướng ôn tập:** Học sinh nắm được các phép toán vectơ.

1. Định nghĩa

Hệ gồm ba trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ Đề các (Descartes) vuông góc $Oxyz$ trong không gian (hình 7.1).

Điểm O được gọi là **gốc tọa độ**.

Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các **mặt phẳng tọa độ**.

Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ được gọi là **không gian $Oxyz$**

Nhận xét: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$



Hình 7.1

2. Tọa độ của vector

Trong không gian $Oxyz$ với các vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ trên các trục Ox, Oy, Oz , cho một vectơ $\vec{u}$. Khi đó tồn tại duy nhất bộ ba số thực (x, y, z) sao cho $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn hệ thức trên được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ trục $Oxyz$.

Kí hiệu $\vec{u} = (x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ của vectơ $\vec{u}$.

Tính chất

Cho các vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3), \vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$. Khi đó

- a. $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow u_1 = v_1, u_2 = v_2, u_3 = v_3$.
- b. $\vec{u} \pm \vec{v} = (u_1 \pm v_1; u_2 \pm v_2; u_3 \pm v_3)$.
- c. $k\vec{u} = (ku_1; ku_2; ku_3)$ với mọi số thực k .
- d. $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1.v_1 + u_2.v_2 + u_3.v_3$
- e. $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$
- f. Hai vector $\vec{u}; \vec{v} (\vec{v} \neq 0)$ có phương trình vuông góc với nhau khi và chỉ khi $u_1.v_1 + u_2.v_2 + u_3.v_3 = 0$
- g. Hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương với nhau khi và chỉ khi có một số thực k sao cho $\vec{u} = k\vec{v}$.

3. Tọa độ của một điểm

Nếu $(x; y; z)$ là tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$ thì ta cũng nói $(x; y; z)$ là tọa độ của điểm M với hệ tọa độ $Oxyz$.
Kí hiệu $M = (x; y; z)$ hay $M(x; y; z)$.

Trong đó x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ của điểm M .

4. Liên hệ giữa tọa độ của vector và tọa độ của hai điểm đầu mút

Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $M(x_1; y_1; z_1)$ và $N(x_2; y_2; z_2)$ thì khi đó tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$ và độ dài của nó là:

$$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Định lý

Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ và $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$. Khi đó

$$[\vec{u}; \vec{v}] = \begin{pmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} u_3 & u_1 \\ v_3 & v_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix} = (u_2.v_3 - u_3.v_2; u_3.v_1 - u_1.v_3; u_1.v_2 - u_2.v_1)$$

ĐỀ PHÁT TRIỂN

Câu 14.1 Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 14.2 Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là

- A. 3. B. -3. C. 4. D. 0.

Câu 14.3 Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ là vector có tọa độ

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; 4; -1)$. C. $(-5; -4; -1)$. D. $(-5; 4; -1)$.

Câu 14.4 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

- A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$. D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Câu 14.5 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vector $2\vec{u}$ là

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(4; 6; -2)$. C. $(6; 4; -2)$. D. $(2; 3; 1)$.

Câu 14.6 Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -3; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(1; -2; 0)$. B. $(3; 4; 0)$. C. $(3; -4; 0)$. D. $(-3; -4; 0)$.

Câu 14.7 Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -3; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(1; -2; 0)$. B. $(1; -2; 2)$. C. $(1; -2; -2)$. D. $(-2; -3; 1)$.

Câu 14.8 Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -3; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $2\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(6; -5; 3)$. B. $(6; -5; -3)$. C. $(6; -5; 2)$. D. $(6; -5; -2)$.

Câu 14.9 Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - 3\vec{v}$ là

- A. $(5; 5; 2)$. B. $(5; 5; -2)$. C. $(-5; -5; -2)$. D. $(-5; -5; 2)$.

Câu 14.10 Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; -1)$. Tọa độ của vector $3\vec{u} - 2\vec{v}$ là

- A. $(5; -8; -1)$. B. $(5; -8; 1)$. C. $(5; 8; -1)$. D. $(-5; 8; 1)$.