

3 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식

x 에 대한 다항식 $f(x)$ 가 삼차식일 때 방정식 $f(x)=0$ 을 삼차방정식이라 하고, $f(x)$ 가 사차식일 때 방정식 $f(x)=0$ 을 사차방정식이라고 한다.

예를 들어 $x^3+2x^2-4x=0$ 은 x 에 대한 이고, $x^4+4x^2-5x+6=0$ 은 x 에 대한 이다.

삼차방정식과 사차방정식을 푸는 것은 쉽지 않지만 를 이용하면 해를 구할 수 있는 경우가 있다.

■ 다음 방정식을 푸시오.

(1) $x^3-8=0$

(sol) $x^3-8=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x-2)(\text{ })=0$$

$$x-2=0 \text{ 또는 } \text{ }=0$$

$$\text{따라서 } x=\text{ } \text{ 또는 } x=\text{ }$$

(2) $x^4-x^3-2x^2+6x-4=0$

(sol) $f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4$ 라 하면

$$f(1)=1-1-2+6-4=0$$

$$f(-2)=16+8-8-12-4=0 \text{ 이므로}$$

과 는 $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 6 & -4 \\ & & 1 & 1 & -1 & -6 \\ -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & 0 \\ & & -2 & 4 & -4 & \\ & 1 & -2 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$f(x)=(\text{ })(\text{ })(\text{ })$$

$$\text{따라서 } x=\text{ } \text{ 또는 } x=\text{ } \text{ 또는 } x=\text{ }$$

02 연립이차방정식

미지수가 2개인 연립방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차방정식일 때, 이것을 이라고 한다.

이차방정식과 일차방정식으로 이루어진 연립이차방정식은 일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한 것을 이차방정식에 대입하여 풀 수 있다.

■ 다음 방정식을 푸시오.

(1) 연립방정식 $\begin{cases} x+y=7 & \dots\dots ① \\ x^2+y^2=25 & \dots\dots ② \end{cases}$ 를 푸시오.

(sol) ①에서 $y=\text{ } \dots\dots ③$

③을 ②에 대입하면

$$x^2+(7-x)^2=25, \quad x^2-7x+12=0$$

$$(x-3)(x-4)=0, \quad x=\text{ } \text{ 또는 } x=\text{ }$$

$$x=3 \text{ 을 } ③ \text{ 에 대입하면 } y=\text{ }$$

$$x=4 \text{ 를 } ③ \text{ 에 대입하면 } y=\text{ }$$

따라서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=3 \\ y=\text{ } \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=\text{ } \end{cases}$$

(2) 연립방정식 $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \dots\dots ① \\ 2x^2+y^2=9 & \dots\dots ② \end{cases}$ 를 푸시오.

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-2y)(x+y)=0$

$$\text{따라서 } x=\text{ } \text{ 또는 } x=\text{ }$$

(i) $x=2y$ 를 ②에 대입하면

$$8y^2+y^2=9, \quad y^2=1, \quad y=\text{ }$$

$$y=1 \text{ 일 때 } x=\text{ }$$

$$y=-1 \text{ 일 때 } x=\text{ }$$

(ii) $x=-y$ 를 ②에 대입하면

$$2y^2+y^2=9, \quad y^2=3, \quad y=\text{ }$$

$$y=\sqrt{3} \text{ 일 때 } x=\text{ }$$

$$y=-\sqrt{3} \text{ 일 때 } x=\text{ }$$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\text{ } \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\text{ } \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\text{ } \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\text{ } \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$$