



TRIGONOMETRI

Sekolah : SMK Negeri 1 Denpasar Nama :
Mata Pelajaran : Matematika Kelas :
Semester : Genap Absen :



Rangkuman Materi

Materi lebih lengkap dapat diunduh pada: https://ungu.in/trigonometri_fullmateri

A. Pengukuran Sudut

Sudut adalah daerah yang dilambangkan dengan '∠'. Satuan ukuran sudut yang biasa digunakan adalah derajat (°) dan radian (rad).

a. Ukuran Sudut dalam Derajat

Ukuran sudut dalam derajat yang lebih kecil dapat dinyatakan dengan menit (') dan detik (") sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60 \text{ menit} \\ 1 \text{ menit} &= 60 \text{ detik} \end{aligned}$$

b. Ukuran Sudut dalam Radian

Karena α adalah satu radian, maka 2π radian = 360° sehingga π radian = 180° , diperoleh:

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \pi \text{ radian} \\ 1^\circ &= \frac{\pi}{180^\circ} \text{ radian} \\ 1 \text{ radian} &= \frac{180^\circ}{\pi} = 57,3^\circ, \text{ dengan } \pi = 3,14 \end{aligned}$$

REFLEKSI

Berikut ini adalah sarana upacara yang mempunyai besar sudut 360° . Pindahkan gambar ke dalam kotak sesuai dengan nama benda tersebut!

Tamiang	Tamas	Sampian Gebogan





B. Perbandingan Trigonometri Suatu Sudut

a. Perbandingan Trigonometri Dalam Segitiga Siku-Siku

Perbandingan panjang sisi-sisi segitiga tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\sin \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} = \frac{b}{a}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{samping}}{\text{miring}} = \frac{c}{a}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} = \frac{b}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{samping}}{\text{miring}} = \frac{b}{a}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} = \frac{c}{b}$$

b. Perbandingan Trigonometri Sudut-sudut Istimewa

Sudut-sudut istimewa yang akan dibahas adalah sudut yang besarnya 0° , 30° , 45° , 60° , dan 90° . Perbandingan trigonometri sudut-sudut istimewa ditunjukkan pada tabel berikut.

Trigonometri	Besar Sudut				
	0°	30°	45°	60°	90°
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tak terdefinisi

c. Perbandingan Trigonometri Sudut-sudut Berelasi

Perbandingan trigonometri sudut-sudut berelasi sebagai berikut.

$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\sin (90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos (90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan (90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$
$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\sin (180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180^\circ + \alpha) = \cot \alpha$
$\sin (270^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos (270^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan (270^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\sin (270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos (270^\circ + \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (270^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$
$\sin (360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ $\tan (360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan (-\alpha) = -\tan \alpha$





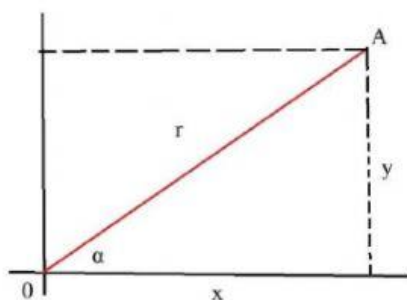
REFLEKSI

Tentukan pasangan yang sesuai dengan cara menarik garis!

Fungsi Sudut
$\cos 0^\circ$
$\tan 90^\circ$
$\sin 30^\circ$
$\cos 45^\circ$
$\tan 60^\circ$
$\sin 60^\circ$
$\tan 30^\circ$

Trigonometri
$\frac{1}{2}$
1
$\sqrt{3}$
∞
$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
$\frac{1}{2}\sqrt{3}$

C. Koordinat Kartesius dan Koordinat Kutub



$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

- Jika diketahui koordinat kutub (r, α)

Maka, $x = r \cdot \cos \alpha$

$$y = r \cdot \sin \alpha$$

- Jika diketahui koordinat kartesius (x, y)

Maka,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

REFLEKSI

Pilihlah jawaban berikut dengan benar sesuai dengan rumus yang tertera!

$x = r \cdot \cos \alpha$ $y = r \cdot \sin \alpha$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\tan \alpha = \frac{y}{x}$





D. Fungsi Trigonometri

a. Bentuk dan Nilai Fungsi Trigonometri

Fungsi Trigonometri $f: R \rightarrow R$ memetakan x pada $f(x) = \sin x$ (disebut fungsi sinus), $f(x) = \cos x$ (disebut fungsi cosinus), $f(x) = \tan x$ (disebut fungsi tangen), dan sebagainya.

b. Grafik Fungsi Trigonometri

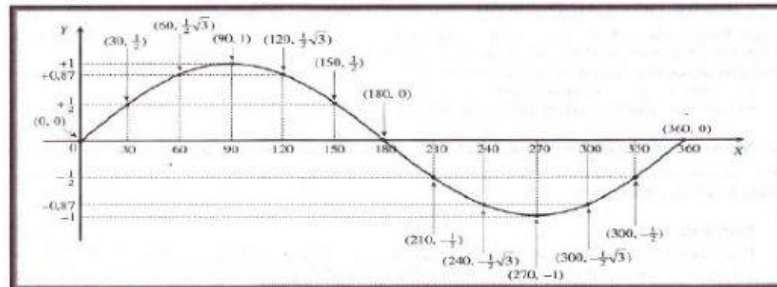
1. Gambar grafik fungsi $f(x) = \sin$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

Penyelesaian:

Cara 1. Menggunakan Tabel

x	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$y = \sin x^\circ$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

Tabel tersebut menunjukkan pasangan koordinat titik $(0^\circ, 0)$, $(30^\circ, \frac{1}{2})$, dan seterusnya. Kemudian gambarkan titik-titik tersebut ke dalam bidang cartesius sebagai berikut.



Dari grafik fungsi tersebut dapat dilihat bahwa grafik fungsi $f(x) = \sin x$ memiliki bentuk yang sama dengan corak atau motif endek tenunan rang-rang seperti ditunjukkan pada gambar (7).

REFLEKSI

Jawablah pertanyaan berikut dengan benar!

1. Nilai fungsi $f(x) = \sin x$ untuk $x = 30^\circ$ dan $x = 120^\circ$ adalah

Penyelesaian:

$$f(30^\circ) = \sin 30^\circ = \dots$$

$$f(120^\circ) = \sin 120^\circ = \sin (180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \dots$$

E. Identitas Trigonometri

a. Identitas Kebalikan

$$\sin \alpha = \frac{1}{\csc \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$



b. Identitas Perbandingan

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

c. Identitas Phytagoras

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$$

REFLEKSI

Centang pada kolom yang merupakan rumus identitas phytagoras!

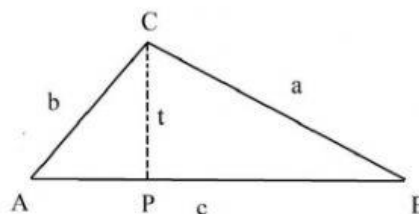
Checkbox	Rumus Identitas Phytagoras
☐	$\tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha - 1$
☐	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
☐	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$
☐	$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$

F. Aturan Sinus dan Cosinus

a. Aturan Sinus

Perhatikan Gambar (1) disamping.
Diperoleh aturan sinus sebagai berikut.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



b. Aturan Cosinus

Perhatikan Gambar (1) disamping.
Diperoleh aturan cosinus sebagai berikut.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Aturan cosinus tersebut dapat diubah menjadi bentuk berikut.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Gambar (1) Segitiga ABC

REFLEKSI

Lengkapi rumus berikut ini dengan benar!

1. $\frac{a}{\sin A} = \frac{\dots\dots}{\sin B} = \frac{c}{\dots\dots}$

2. $\dots\dots = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$





G. Luas Segitiga

a. Luas Segitiga yang Diketahui Dua Sisi dan Sudut Apitnya

Perhatikan Gambar (1). Jika diketahui dua sisi dan sudut pengapitnya, maka rumus yang digunakan mencari Luas Segitiga ABC adalah sebagai berikut.

$$1. L = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$2. L = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$

$$3. L = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$$

b. Luas Segitiga yang Diketahui Ketiga Sisinya

Perhatikan Gambar (1). Dengan $s = \frac{a+b+c}{2}$ dapat disimpulkan bahwa luas segitiga ABC jika diketahui panjang ketiga sisinya adalah sebagai berikut.

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

c. Luas Segitiga yang Diketahui Besar Ketiga Sudut dan Salah Satu Sisinya

Perhatikan Gambar (1). Apabila diketahui besar ketiga sudut dan salah satu sisinya, maka diperoleh rumus sebagai berikut.

$$1. \text{ Luas } \Delta ABC = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$2. \text{ Luas } \Delta ABC = \frac{b^2 \sin A \sin C}{2 \sin B}$$

$$3. \text{ Luas } \Delta ABC = \frac{c^2 \sin A \sin B}{2 \sin C}$$

d. Luas Segi-n Beraturan

Luas segitiga pada segi-n dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut. $L = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)$

H. Rumus Trigonometri Jumlah dan Selisih Dua Sudut

a. Penjumlahan dan Selisih Dua Sudut

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \pm \sin A \sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \tan B}$$

b. Sudut Rangkap

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

REFLEKSI

Tentukan pasangan yang sesuai dengan cara menarik garis!

Rumus
$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
$L = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$

Luas Segitiga
Diketahui Dua Sisi dan Sudut Apitnya
Diketahui Ketiga Sisinya
Penjumlahan dan Selisih Dua Sudut

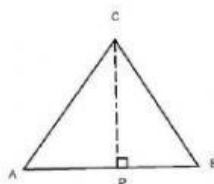




Uji Kompetensi

- Sebuah tamsa berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur AB dengan besar sudutnya $16,88^\circ$. Besar sudut tersebut ke dalam ukuran derajat, menit, dan detik adalah
 a. $16^\circ 52' 48''$ b. $16^\circ 80' 08''$ c. $16^\circ 52' 88''$ d. $16^\circ 80' 48''$
- Sebuah sampian sodan berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur BC dengan besar sudutnya 240° . Besar sudut tersebut dalam bentuk radian adalah
 a. $\frac{3}{4}\pi \text{ radian}$ c. $\frac{4}{2}\pi \text{ radian}$
 b. $\frac{4}{3}\pi \text{ radian}$ d. $\frac{2}{3}\pi \text{ radian}$
- Sebuah tamiang berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur CD dengan besar sudutnya $\frac{3}{4}\pi \text{ radian}$. Besar sudut tersebut ke dalam bentuk derajat adalah
 a. 120° b. 150° c. 240° d. 135°

Perhatikan gambar berikut ini!



- Salah satu hiasan dari penjor disebut dengan "Sampian Penjor". Sampian penjor tersebut biasanya diberi hiasan, salah satunya berbentuk segitiga seperti gambar diatas. Jika panjang sisi $AC = 6 \text{ cm}$ dan besar $\angle CAB = 60^\circ$. Panjang sisi CP adalah ...
 a. $2\sqrt{2} \text{ cm}$ b. $2\sqrt{3} \text{ cm}$ c. $3\sqrt{2} \text{ cm}$ d. $3\sqrt{3} \text{ cm}$
- Nilai trigonometri dari $\sin 150^\circ$ adalah
 a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. 1
- Koordinat cartesius untuk titik Y $(12, 45^\circ)$ adalah
 a. $x = 6\sqrt{2}$ dan $y = 3\sqrt{2}$
 b. $x = 3\sqrt{2}$ dan $y = 6\sqrt{2}$
 c. $x = 3\sqrt{2}$ dan $y = 3\sqrt{2}$
 d. $x = 6\sqrt{2}$ dan $y = 6\sqrt{2}$

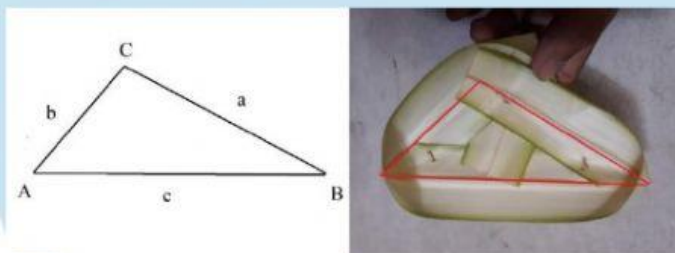




7. Koordinat kutub dari titik A $(-8\sqrt{3}, 8)$ adalah

- a. $r = 16$ dan $\tan \alpha = 30^\circ$
- b. $r = 16$ dan $\tan \alpha = 150^\circ$
- c. $r = 18$ dan $\tan \alpha = 30^\circ$
- d. $r = 18$ dan $\tan \alpha = 150^\circ$

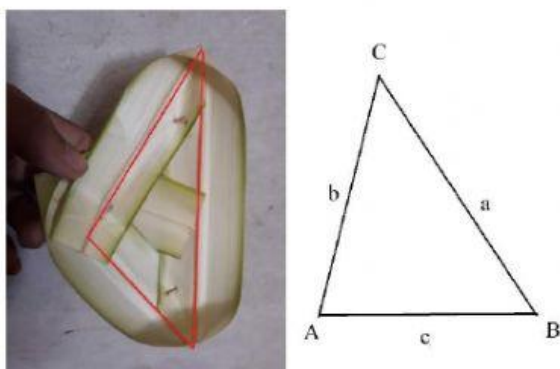
Perhatikan Gambar berikut ini!



8. Sebuah ituk-ituk berbentuk segitiga sembarang dengan besar $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, dan panjang sisi $a = 20 \text{ cm}$. Panjang sisi c adalah

- a. $\frac{20}{3}\sqrt{6}$
- b. $\frac{20}{4}\sqrt{6}$
- c. $\frac{20}{3}\sqrt{3}$
- d. $\frac{20}{4}\sqrt{3}$

Perhatikan Gambar berikut ini!



9. Sebuah ituk-ituk berbentuk segitiga sembarang dengan panjang sisi $a = 7 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, dan $c = 5 \text{ cm}$. Nilai dari $\cos B$ adalah

- a. $\frac{19}{35}$
- b. $\frac{19}{30}$
- c. $\frac{35}{19}$
- d. $\frac{17}{35}$

10. Sebuah merajan memiliki raab (atap) berbentuk segitiga. Jika diketahui panjang $c = 90 \text{ cm}$, panjang $b = 70\sqrt{3} \text{ cm}$, dan luasnya $1.575\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Besar $\angle A$ pada segitiga yang membentuk atap pelinggih tersebut adalah

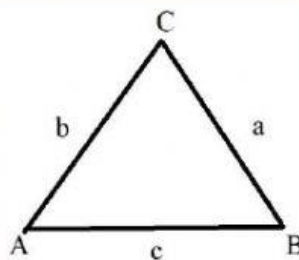
- a. 90°
- b. 45°
- c. 30°
- d. 60°



11. Diatas raab (atap) pelinggih terdapat sesuatu berbentuk segitiga bernama “dore”. Jika diketahui panjang $a = 14$ cm, $b = 14$ cm dan panjang $c = 10$ cm. Luas segitiga yang membentuk dore pada atap pelinggih tersebut adalah

a. $15\sqrt{19}cm^2$ b. $15\sqrt{29}cm^2$ c. $25\sqrt{19}cm^2$ d. $25\sqrt{29}cm^2$

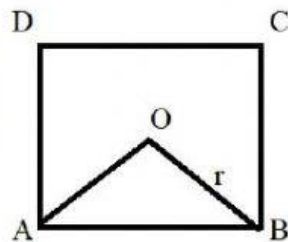
Perhatikan Gambar berikut ini!



12. Sanggah cucuk adalah salah satu sarana upacara dari pelaksanaan ritual bhuta yadnya khususnya pecaruan yang berbentuk segitiga seperti gambar diatas. Jika diketahui panjang $c = 15$ cm, besar $\angle A = 45^\circ$ dan $\angle C = 90^\circ$. Luas segitiga yang membentuk sanggah cucuk tersebut adalah

a. $65,25 \text{ cm}^2$ b. $56,25 \text{ cm}^2$ c. $56,52 \text{ cm}^2$ d. $65,52 \text{ cm}^2$

Perhatikan gambar berikut ini!



13. Sarana upacara yang ada di Bali terdiri dari banyak jenis, salah satunya adalah “Taledan Banten”. Taledan ini berbentuk segi-4 seperti gambar diatas. Jika panjang r adalah 10 cm, maka luasnya adalah

a. 100 cm^2 b. 400 cm^2 c. 800 cm^2 d. 200 cm^2

14. Nilai trigonometri dari $\cos 118^\circ \cos 32^\circ - \sin 118^\circ \sin 32^\circ$ adalah

a. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

15. Nilai trigonomteri dari $\frac{\tan 89^\circ - \tan 44^\circ}{1 + \tan 89^\circ \tan 44^\circ}$ adalah

a. $\frac{1}{2}$ c. 1
b. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. $-\sqrt{3}$