TRIGONOMETRI

Sekolah : SMK Negeri 1 Denpasar Nama : .....

Mata Pelajaran : Matematika Kelas : .....

Semester : Genap Absen : .....

Kompetensi Inti (KI)

KI-3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar (KD)

Pengetahuan (KD-3)

3.8 Menentukan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku
3.9 Menentukan nilai sudut berelasi diberbagai kuadran
3.10 Menentukan koordinat kartesius menjadi koordinat kutub dan sebaliknya
3.11 Menerapkan nilai perbandingan trigonometri pada grafik fungsi trigonometri
3.12 Menerapkan aturan sinus dan kosinus
3.13 Menentukan luas segitiga pada trigonometri
3.14 Menganalisis nilai sudut dengan rumus jumlah dan selisih dua sudut

Keterampilan (KD-4)

4.8 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku
4.9 Menyajikan penyelesaian masalah nilai sudut berelasi diberbagai kuadran
4.10 Menyajikan penyelesaian masalah perubahan koordinat kartesius menjadi koordinat kutub dan sebaliknya
4.11 Menyajikan grafik fungsi trigonometri
4.12 Menyelesaikan permasalah kontekstual dengan aturan sinus dan kosinus
4.13 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan luas segitiga pada trigonometri
4.14 Menyelesaikan nilai nilai sudut dengan rumus jumlah dan selisih dua sudut

Petunjuk Penggunaan

1. Tuliskan identitasmu dengan benar pada bagian atas!
2. Pahami setiap materi dan contoh soal pada LKPD ini!
3. Jawablah pertanyaan-pertanyaan dalam LKPD dengan tepat!
4. Materi lebih lengkap dapat diunduh pada: https://ungu.in/lkpdinteraktif_trigonometri

LIVEWORKSHEETS

Rangkuman Materi

A. Pengukuran Sudut

Sudut adalah daerah yang dibatasi oleh dua ruas garis dan titik yang dilambangkan dengan '∠'. Satuan ukuran sudut yang biasa digunakan adalah derajat (°) dan radian (rad).

a. *Ukuran Sudut dalam Derajat*

Ukuran sudut dalam derajat yang lebih kecil dapat dinyatakan dengan menit (′) dan detik (″) sebagai berikut.

1° = 60 menit
1 menit = 60 detik

b. *Ukuran Sudut dalam Radian*

Karena α adalah satu radian, maka 2π radian = 360° sehingga π radian = 180°, diperoleh:

$$180° = \pi\ radian$$
$$1° = \frac{\pi}{180°}\ radian$$
$$1\ radian = \frac{180°}{\pi} = 57{,}3°, dengan\ \pi = 3{,}14$$

B. Perbandingan Trigonometri Suatu Sudut

a. *Perbandingan Trigonometri Dalam Segitiga Siku-Siku*

Perbandingan panjang sisi-sisi segitiga tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\sin\alpha = \frac{depan}{miring} = \frac{b}{a} \qquad \sin\beta = \frac{depan}{miring} = \frac{c}{a}$$
$$\cos\alpha = \frac{samping}{miring} = \frac{c}{a} \qquad \cos\beta = \frac{samping}{miring} = \frac{b}{a}$$
$$\tan\alpha = \frac{depan}{samping} = \frac{b}{c} \qquad \tan\beta = \frac{depan}{samping} = \frac{c}{b}$$

b. *Perbandingan Trigonometri Sudut-sudut Istimewa*

Perbandingan trigonometri sudut-sudut istimewa ditunjukkan pada tabel berikut.

Trigonometri	Besar Sudut				
	0°	30°	45°	60°	90°
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tak terdefinisi

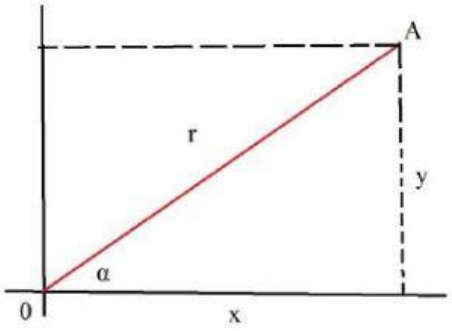
LIVEWORKSHEETS

c. *Perbandingan Trigonometri Sudut-sudut Berelasi*

Perbandingan trigonometri sudut-sudut berelasi sebagai berikut.

$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$ $\tan(90° - \alpha) = \cot\alpha$	$\sin(90° + \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90° + \alpha) = -\sin\alpha$ $\tan(90° + \alpha) = -\cot\alpha$
$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$ $\tan(180° - \alpha) = -\tan\alpha$	$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$ $\tan(180° + \alpha) = \cot\alpha$
$\sin(270° - \alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(270° - \alpha) = -\sin\alpha$ $\tan(270° - \alpha) = \cot\alpha$	$\sin(270° + \alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(270° + \alpha) = \sin\alpha$ $\tan(270° + \alpha) = -\cot\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(360° - \alpha) = \cos\alpha$ $\tan(360° - \alpha) = -\tan\alpha$	$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

C. Koordinat Cartesius dan Koordinat Kutub



$$\cos\alpha = \frac{x}{y}$$

$$\sin\alpha = \frac{y}{x}$$

- Jika diketahui koordinat kutub (r, α)
  Maka, $x = r.\cos\alpha$
  $y = r.\sin\alpha$

- Jika diketahui koordinat kartesius (x, y)
  Maka,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}$$

D. Fungsi Trigonometri

a. *Bentuk dan Nilai Fungsi Trigonometri*

Fungsi Trigonometri $f: R \longrightarrow R$ memetakan x pada f(x) = sin x (disebut fungsi sinus), f(x) = cos x (disebut fungsi cosinus), f(x) = tan x (disebut fungsi tangen), dan sebagainya.

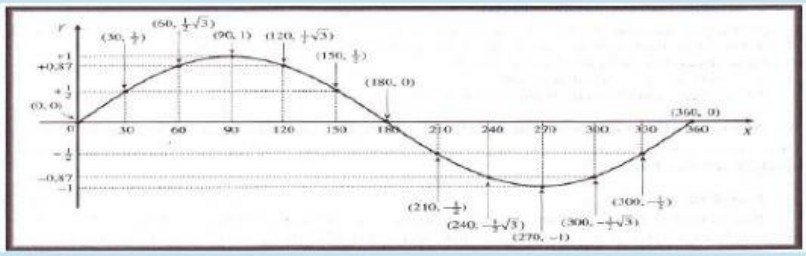
b. *Grafik Fungsi Trigonometri*

Gambar grafik fungsi f(x) = sin untuk $0° \leq x \leq 360°$

x	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$y = \sin x°$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	−1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	0

Tabel tersebut menunjukkan pasangan koordinat titik (0°, 0), (30°, ½), dan seterusnya. Kemudian gambarkan titik-titik tersebut ke dalam bidang cartesius sebagai berikut.

LIVEWORKSHEETS



E. Identitas Trigonometri

a. *Identitas Kebalikan*

$$\sin\alpha = \frac{1}{\csc\alpha} \qquad \csc\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha} \qquad \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

b. *Identitas Perbandingan*

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

c. *Identitas Phytagoras*

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$tan^2\alpha + 1 = sec^2\alpha$$

$$1 + cot^2\alpha = csc^2\alpha$$

F. Aturan Sinus dan Cosinus

a. *Aturan Sinus*

Diperoleh aturan sinus sebagai berikut.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

b. *Aturan Cosinus*

Diperoleh aturan cosinus sebagai berikut.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\,.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,.\cos C$$

Aturan cosinus tersebut dapat diubah menjadi bentuk berikut.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

LIVEWORKSHEETS

G. Luas Segitiga

a. *Luas Segitiga yang Diketahui Dua Sisi dan Sudut Apitnya*

Rumus luas segitiga adalah $L = ½\, c.t$. Jika diketahui dua sisi dan sudut pengapitnya, maka rumus yang digunakan untuk mencari Luas Segitiga ABC adalah sebagai berikut.

1. $L = \frac{1}{2}\, ab\, .\sin C$
2. $L = \frac{1}{2}\, ac\, .\sin B$
3. $L = \frac{1}{2}\, bc\, .\sin A$

b. *Luas Segitiga yang Diketahui Ketiga Sisinya*

Luas Segitiga ABC dapat pula ditentukan apabila panjang ketiga sisinya diketahui dengan $s = \frac{a+b+c}{2}$ dapat disimpulkan bahwa luas segitiga ABC jika diketahui panjang ketiga sisinya adalahsebagai berikut.

$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

c. *Luas Segitiga yang Diketahui Besar Ketiga Sudut dan Salah Satu Sisinya*

Apabila diketahui besar ketiga sudut dan salah satu sisinya, maka diperoleh rumus sebagai berikut.

1. Luas Δ ABC $= \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$
2. Luas Δ ABC $= \frac{b^2 \sin A \sin C}{2 \sin B}$
3. Luas Δ ABC $= \frac{c^2 \sin A \sin B}{2 \sin C}$

d. *Luas Segi-n Beraturan*

Suatu segi-n beraturan, dengan n = 4, 5, 6, …. Dapat dijadikan masalah segitiga dengan membagi segi-n menjadi beberapa segitiga. Sudut dipusat segi-n dari stiap segitiga adalah $\frac{360°}{n}$. Luas segitiga pada segi-n dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut.

$L = \frac{n}{2}\, .r^2 .\sin\left(\frac{360°}{n}\right)$

H. Rumus Trigonometri Jumlah dan Selisih Dua Sudut

a. *Penjumlahan dan Selisih Dua Sudut*

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos \pm \cos A\, sin\, B$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos \pm \sin A\, sin\, B$

$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \tan B}$

b. *Sudut Rangkap*

$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$\cos 2A = cos^2 A - sin^2 A$

$= 2cos^2 A - 1$

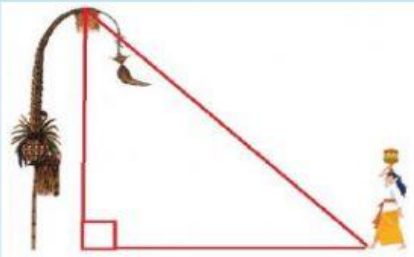
$= 1 - 2sin^2 A$

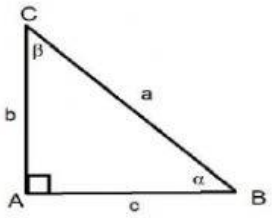
$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - tan^2 A}$

LIVEWORKSHEETS

Tugas Mandiri

Isilah jawaban pertanyaan berikut dengan tepat!





1. Jarak Ayu dengan penjor yang terpasang didepan pura adalah 24 meter. Tinggi dari penjor tersebut adalah 7 meter. Nilai sinus, cosinus dan tangen untuk sudut α pada segitiga tersebut adalah ….
   Penyelesaian:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$a = \sqrt{\quad^2 + \quad^2}$$
$$a = \sqrt{\ldots\ldots + \ldots\ldots}$$
$$a = \sqrt{\ldots\ldots}$$
$$a = \ldots\ldots$$

$\sin\alpha = \frac{b}{a} = \ldots\ldots$

$\cos\alpha = \frac{c}{a} = \ldots\ldots$

$\tan\alpha = \frac{b}{c} = \ldots\ldots$

$\sin\beta = \frac{c}{a} = \ldots\ldots$

$\cos\beta = \frac{b}{a} = \ldots\ldots$

$\tan\beta = \frac{c}{b} = \ldots\ldots$

Refleksi

Tentukan pasangan yang sesuai dengan cara menarik garis!

Fungsi Sudut
cos 0°
tan 90°
sin 30°
cos 45°
tan 60°

Trigonometri
$\frac{1}{2}$
1
$\sqrt{3}$
∞
$\frac{1}{2}\sqrt{2}$

LIVEWORKSHEETS

Uji Kompetensi

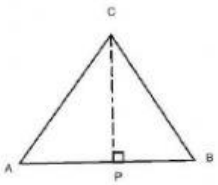
1. Sebuah tamas berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur AB dengan besar sudutnya 16,88°. Besar sudut tersebut ke dalam ukuran derajat, menit, dan detik adalah ….
   a. 16° 52′ 48" b. 16° 80′ 08" c. 16° 52′ 88" d. 16° 80′ 48"

2. Sebuah sampian sodan berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur BC dengan besar sudutnya 240°. Besar sudut tersebut dalam bentuk radian adalah ….
   a. $\frac{3}{4}\pi\ radian$ c. $\frac{4}{2}\pi\ radian$
   b. $\frac{4}{3}\pi\ radian$ d. $\frac{2}{3}\pi\ radian$

3. Sebuah tamiang berbentuk lingkaran yang berpusat di O memiliki busur CD dengan besar sudutnya $\frac{3}{4}\pi$ radian. Besar sudut tersebut ke dalam bentuk derajat adalah ….
   a. 120° b. 150° c. 240° d. 135°

Perhatikan gambar berikut ini!





4. Salah satu hiasan dari penjor disebut dengan "Sampian Penjor". Sampian penjor tersebut biasanya diberi hiasan, salah satunya berbentuk segitiga seperti gambar diatas. Jika panjang sisi AC = 6 cm dan besar $\angle CAB = 60°$. Panjang sisi CP adalah …
   a. $2\sqrt{2}$ cm. b. $2\sqrt{3}$ cm c. $3\sqrt{2}$ cm d. $3\sqrt{3}$ cm

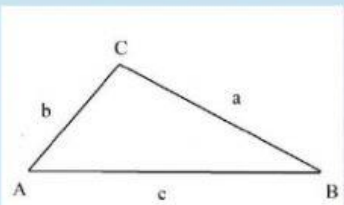
5. Nilai trigonometri dari sin 150° adalah ….
   a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. 1

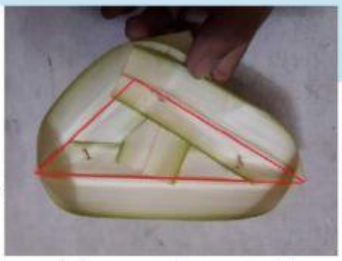
6. Koordinat cartesius untuk titik Y (12, 45°) adalah ….
   a. x = $6\sqrt{2}$ dan y = $3\sqrt{2}$
   b. x = $3\sqrt{2}$ dan y = $6\sqrt{2}$
   c. x = $3\sqrt{2}$ dan y = $3\sqrt{2}$
   d. x = $6\sqrt{2}$ dan y = $6\sqrt{2}$

LIVEWORKSHEETS

7. Koordinat kutub dari titik A $(-8\sqrt{3}, 8)$ adalah ….
   a. r = 16 dan tan α = 30°
   b. r = 16 dan tan α = 150°
   c. r = 18 dan tan α = 30°
   d. r = 18 dan tan α = 150°

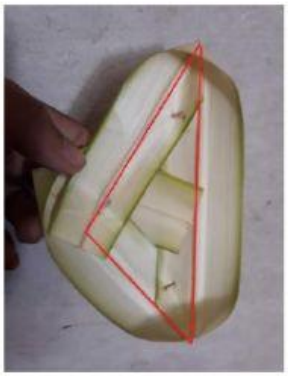
Perhatikan Gambar berikut ini!

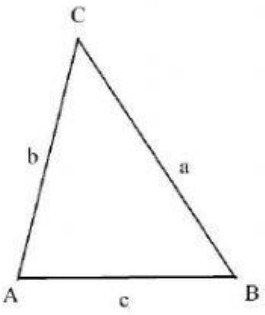




8. Sebuah ituk-ituk berbentuk segitiga sembarang dengan besar $\angle A = 60°$, $\angle C = 45°$,dan panjang sisi $a = 20\ cm$. Panjang sisi c adalah ….
   a. $\frac{20}{3}\sqrt{6}$ b. $\frac{20}{4}\sqrt{6}$ c. $\frac{20}{3}\sqrt{3}$ d. $\frac{20}{4}\sqrt{3}$

Perhatikan Gambar berikut ini!





9. Sebuah ituk-ituk berbentuk segitiga sembarang dengan panjang sisi $a = 7\ cm, b = 6cm, dan\ c = 5\ cm$. Nilai dari cos B adalah ….
   a. $\frac{19}{35}$ c. $\frac{35}{19}$
   b. $\frac{19}{30}$ d. $\frac{17}{35}$

10. Sebuah merajan memiliki raab (atap) berbentuk segitiga. Jika diketahui panjang c = 90 cm, panjang b = $70\sqrt{3}$ cm, dan luasnya $1.575\sqrt{3}\ cm^2$. Besar $\angle A$ pada segitiga yang membentuk atap pelinggih tersebut adalah ….
    a. 90° b. 45° c. 30° d. 60°

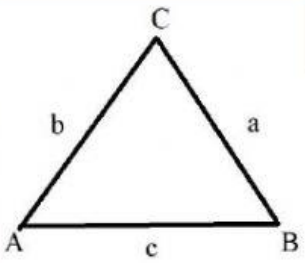
LIVEWORKSHEETS

11. Diatas raab (atap) pelinggih terdapat sesuatu berbentuk segitiga bernama "dore". Jika diketahui panjang a = 14 cm, b = 14 cm dan panjang c = 10 cm. Luas segitiga yang membentuk dore pada atap pelinggih tersebut adalah ….

a. $15\sqrt{19}cm^2$ b. $15\sqrt{29}cm^2$ c. $25\sqrt{19}cm^2$ d. $25\sqrt{29}cm^2$

Perhatikan Gambar berikut ini!



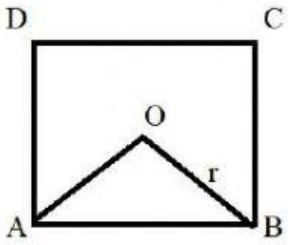


12. Sanggah cucuk adalah salah satu sarana upacara dari pelaksanaan ritual bhuta yadnya khususnya pecaruan yang berbentuk segitiga seperti gambar diatas. Jika diketahui panjang c = 15 cm, besar $\angle A = 45°$ dan $\angle C = 90°$. Luas segitiga yang membentuk sanggah cucuk tersebut adalah ….

a. $65{,}25\ cm^2$ b. $56{,}25\ cm^2$ c. $56{,}52\ cm^2$ d. $65{,}52\ cm^2$

Perhatikan gambar berikut ini!





13. Sarana upacara yang ada di Bali terdiri dari banyak jenis, salah satunya adalah "Taledan Banten". Taledan ini berbentuk segi-4 seperti gambar diatas. Jika panjang r adalah 10 cm, maka luasnya adalah ….

a. $100\ cm^2$ b. $400\ cm^2$ c. $800\ cm^2$ d. $200\ cm^2$

14. Nilai trigonometri dari cos 118° cos 32° - sin 118° sin 32° adalah ….

a. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

15. Nilai trigonomteri dari $\frac{\tan 89° - \tan 44°}{1 + \tan 89° \tan 44°}$ adalah ….

a. $\frac{1}{2}$ c. 1

b. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d. $-\sqrt{3}$

LIVEWORKSHEETS