

Chủ đề 4. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

(PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG)

1. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phương trình tham số của đường thẳng

- Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$:

$$(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Nếu $a_1 a_2 a_3 \neq 0$ thì $(d): \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ đgl phương trình chính tắc của d .

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d, d' có phương trình tham số lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet d // d' &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \text{ (ẩn } t, t') \text{ vô nghiệm} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \notin d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ \vec{a}, \overrightarrow{M_0 M'_0} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a}'] = \vec{0} \\ [\vec{a}, \overrightarrow{M_0 M'_0}] \neq \vec{0} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet d \equiv d' &\Leftrightarrow \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \text{ (ẩn } t, t') \text{ có vô số nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ cùng phương} \\ M_0(x_0; y_0; z_0) \in d' \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \vec{a}, \vec{a}', \overrightarrow{M_0 M'_0} \text{ đôi một cùng phương} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a}'] = [\vec{a}, \overrightarrow{M_0 M'_0}] = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet d, d' \text{ cắt nhau} &\Leftrightarrow \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \text{ (ẩn } t, t') \text{ có đúng một nghiệm} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ không cùng phương} \\ \vec{a}, \vec{a}', \overrightarrow{M_0 M'_0} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}, \vec{a}'] \neq \vec{0} \\ [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet d, d' \text{ chéo nhau} &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}, \vec{a}' \text{ không cùng phương} \\ \text{hệ} \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \text{ (ẩn } t, t') \text{ vô nghiệm} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \vec{a}, \vec{a}', \overrightarrow{M_0 M'_0} \text{ không đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} \neq 0 \end{aligned}$$

$$\bullet d \perp d' \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{a}' \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$$

3. Vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng

Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$

Xét phương trình: $A(x_0 + ta_1) + B(y_0 + ta_2) + C(z_0 + ta_3) + D = 0$ (ẩn t) (*)

- $d // (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm
- $d \text{ cắt } (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm
- $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ có vô số nghiệm

2. LUYỆN TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases} \text{ là:}$$

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{-4}$.

B. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+4}{1}$.

D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$ có 1 vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}(1;1;2)$.

B. $\vec{u}(1;-2;2)$.

C. $\vec{u}(1;-2;0)$.

D. $\vec{u}(0;1;2)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(0;0;1)$. Đường thẳng d có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, hãy viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ đồng thời nhận vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ làm vectơ chỉ phương?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+6}{3}$.

B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{6}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;2)$ và song song với trục Ox là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hãy viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$, $(Q): 2x - y + 5z - 4 = 0$?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 12t \\ y = 2 + 7t \\ z = -1 + 3t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 - 7t \\ z = -1 - 3t \end{cases}.$$

$$\text{C. } \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z-1}{-3}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+1}{-3}.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 5z + 4 = 0$. Phương trình chính tắc của Δ là:

$$\text{A. } \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}.$$

$$\text{B. } \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}.$$

$$\text{C. } \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}.$$

$$\text{D. } \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}.$$

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-4}$ và

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - 8t \end{cases}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

$$\text{A. } (\Delta_1) // (\Delta_2)$$

$$\text{B. } (\Delta_1) \perp (\Delta_2)$$

$$\text{C. } (\Delta_1) \equiv (\Delta_2)$$

$$\text{D. } (\Delta_1) \text{ và } (\Delta_2) \text{ chéo nhau}$$

Câu 9: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + z - 12 = 0$ và

$$\text{đường thẳng } (\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 6 - 3t \\ z = 3t \end{cases}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

$$\text{A. } (\Delta) \subset (\alpha)$$

$$\text{B. } (\Delta) \subset (\alpha)$$

$$\text{C. } (\Delta) // (\alpha)$$

$$\text{D. } (\Delta) \text{ cắt } (\alpha)$$

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $(\alpha): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Tọa độ giao điểm của (Δ) và (α) là:

$$\text{A. } (-2; -1; 5)$$

$$\text{B. } (2; -1; 5)$$

$$\text{C. } (2; -1; -5)$$

$$\text{D. } (2; 1; 5)$$

Câu 11: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, số đo của góc tạo bởi hai đường thẳng

$$(d_1): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases} \text{ là:}$$

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

- Câu 12:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;4)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$. Điểm H thuộc Δ có toạ độ bằng bao nhiêu thì độ dài đoạn AH nhỏ nhất?
- A. $H(2;3;3)$. B. $H(0;1;-1)$. C. $H(3;4;5)$. D. $H(-1;0;-3)$.

- Câu 13:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z-5=0$. Với giá trị nào của m thì Δ vuông góc với (α) ?
- A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=3$. D. $m=-3$.

- Câu 14:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau có phương trình $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $(d_2): \begin{cases} x=6+3t \\ y=-1-2t \\ z=-2+t \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là:
- A. $(-3;5;-5)$ B. $(3;5;-5)$ C. $(3;2;-5)$ D. $(3;-5;5)$

- Câu 15:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d_2: \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là:
- A. Trùng nhau. B. Song song. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

- Câu 16:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ có phương trình:
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$.

- Câu 17:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, toạ độ giao điểm của $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z-7=0$ là:
- A. $M(1;-1;2)$. B. $M(2;0;-2)$. C. $M(3;-1;0)$. D. $M(-3;1;0)$.

- Câu 18:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?
- A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $x-2=y=z+3$.

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B ?

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tọa độ giao điểm H của d và (P) là

A. $H(1;0;1)$.

B. $H(0;0;-2)$.

C. $H(1;1;6)$.

D. $H(12;9;1)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(4;-6;2)$. Phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. d_1 cắt d_2

B. d_1 trùng d_2

C. $d_1 \parallel d_2$

D. d_1 chéo d_2

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+z+1=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng là:

A. $(3;0;4)$

B. $(3;-4;0)$

C. $(-3;0;4)$

D. $(3;0;-4)$

Câu 25: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Phương trình

nào sau đây là phương trình đường thẳng d ?

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$