Nama : ________________
Kelas : ________________

LEMBAR KERJA 6 POLINOM

KOMPETENSI DASAR	INDIKATOR PENCAPAIAN
3.2. Menganalisis keterbagian dan faktorisasi polinom	3.2.3. Memahami faktorisasi polinom 3.2.4. Menentukan faktor-faktor dari polinom

Teorema Faktor

- Memahami faktorisasi polinom

Misalkan f(x) adalah sebuah suku banyak, (x – k) adalah faktor dari f(x) jika dan hanya jika f(k) = 0

Teorema faktor itu dapat dibaca sebagai berikut :

1. Jika (x – k) adalah faktor dari f(x) maka f(k) = 0 dan
2. Jika f(k) = 0 maka (x – k) adalah faktor dari f(x)

BUKTI :

1. Misalkan (x – k) adalah faktor dari f(x), maka f(x) dapat dituliskan sebagai f(x) =

(x – k) . H(x)

Dengan H(x) adalah suku banyak hasil bagi dengan bentuk tertentu.

Substitusi nilai x = k ke dalam persamaan f(x) = (x – k) . H(x), sehingga diperoleh:

$f(k) = (k - k) \cdot H(k)$

$\Leftrightarrow f(k) = 0 \cdot H(x)$

$\Leftrightarrow f(k) = 0$

Jadi, jika (x – k) adalah faktor dari f(x) maka f(k) = 0

2.Misalkan f(x) dibagi dengan (x – k) memberikan hasil bagi H(x) dan sisa f(k). Dengan menggunakan teorema 1, pernyataan ini dapat dituliskan sebagai

$f(k) = (x - k) \cdot H(x) + f(k)$

untuk f(k) = 0, persamaan di atas berubah menjadi

$f(x) = (x - k) \cdot H(x)$

Hubungan ini menunjukkan bahwa (x – k) adalah faktor dari f(x).

Berdasarkan uraian 1 dan 2 tersebut terbukti bahwa :

(x – k) adalah faktor dari f(x) jika dan hanya jika f(k) = 0

Contoh 1

Tunjukkan bahwa x – 4 adalah faktor dari $2x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x - 4$

Jawab :

Dengan cara Horner atau substitusi ditunjukkan bahwa nilai f(4) = 0

Cara substitusi :

$f(4) = 2(4)^4 - 9(4)^3 + 5(4)^2 - 3(4) - 4$

$= 256 - 576 + 80 - 12 - 4$

$= 0$

Karena f(4) = 0 , maka (x – 4) adalah faktor dari $2x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x - 4$

Contoh 2

Tentukan nilai a, jika $f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor (x + 3)

Jawab :

$f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor (x + 3), syaratnya f(-3) = 0

$f(-3) = (-3)^3 + a(-3)^2 - 11(-3) + 30$

$0 = -27 + 9a + 33 + 30$

$-36 = 9a$

$a = -4$

Jadi $f(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ mempunyai faktor (x + 3) untuk nilai a = -4

- Menentukan faktor-faktor dari polinom

Untuk menentukan faktor – faktor sukubanyak dapat ditentukan dengan menggunakan langkah – langkah sebagai berikut:

langkah 1

Jika (x – k) adalah faktor dari sukubanyak $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ maka nilai – nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari a_0 .

Langkah 2

Dengan cara coba – coba, substitusi nilai x = k sehingga diperoleh f(x) = 0 atau dapat menggunakan carra Horner dengan sisa = 0. Jika demikian maka (x – k) adalah faktor dari f(x). Akan tetapi jika $f(k) \neq 0$ maka (x – k) bukan faktor dari f(x) .

Langkah 3

Setelah diperoleh sebuah faktor (x – k), faktor –faktor yang lain dapat ditentukan dari sukubanyak hasil bagi f(x) oleh (x – k).

Contoh 3

Tentukan faktor – faktor linier dari sukubanyak $f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128$

Jawab :

$f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128$, suku tetapan $a_0 = 128$

Nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari $a_0 = 128$ yaitu $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$.

Dengan mencoba satu persatu bilangan diatas, maka kita tentukan sisa pembagaian 0, untuk k = ± 2 dan ± 4

2	1	4	-36	-16	128
		2	12	-48	128
	1	6	-24	-64	0
-2		-2	-8	64	
	1	4	-32	0	

$x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow (x + 8)(x - 4) = 0$.

Jadi, faktor – faktor dari suku banyak $f(x) = x^4 + 4x^3 - 36x^2 - 16x + 128$ adalah (x – 2), (x + 2), (x + 8), (x – 4)

Latihan Soal Teorema Faktor:

1. Dengan menggunakan teorema faktor tunjukkan bahwa:
   (x + 5) adalah faktor dari $4x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 45x - 900$
   Jawab: $x + 5 = 0 \rightarrow x = ...$

	.....	.....	.....	.....	.....
......		.....	.....	.....	.....
	.....	......	......	.....	.....

Sisa pembagian: .....

Jadi, (x+5) adalah ....(factor/bukan factor) dari $4x^4 + 8x^3 - 15x^2 + 45x - 900$

2. Tentukan nilai a sehingga $x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor $x + 1$
   Jawab:

   $f(x) = x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor (x + 1), syaratnya f(.......) = 0

   $f(.......) = (.......)^4 + 4(........)^3 - a(.......)^2 + 4(......) + 1$

   $\Leftrightarrow$ 0 = ... + ... + ... + ...
   $\Leftrightarrow$ ..... = ...a

   $\Leftrightarrow$ a = ...

   Jadi $f(x) = x^4 + 4x^3 - ax^2 + 4x + 1$ mempunyai faktor (x + 1) untuk nilai a = ...

3. Tentukan faktor – faktor linier yang mungkin dari suku banyak berikut ini
   $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$

   Jawab: suku tetap dari $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$ adalah .....
   Nilai k yang mungkin adalah faktor – faktor bulat dari $a_0 = -6$ yaitu ± ......, ± ...., ± .....,
   ± ....

	.....	.....	.....	.....	.....
......		.....	.....	.....	.....
	.....	......	......	.....	.....

Jadi, factor linier yang mungkin dari suku banyak $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x - 6$ adalah ....