Actividades: logaritmos y ecuaciones logarítmicas

1. Escribí el logaritmo que se deduce de cada una de estas potencias, como se muestra en el ejemplo.

a. $3^5 = 243 \rightarrow \log_3 243 = 5$

b. $11^2 = 121 \rightarrow$ Log =

c. $2^{-1} = 0{,}5 \rightarrow$ Log =

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 64 \rightarrow$ Log =

2. Resolvé sin usar la calculadora (a y b son positivos y distintos de 1).

a. $\log_3 27 =$ _____

b. $\log_{\frac{1}{2}} 8 =$ _____

c. $\log_4 4 =$ _____

d. $\log_b b =$ _____

e. $\log_b (b^2) =$ _____

f. $\log_b (b^3) =$ _____

g. $\log_\pi 1 =$ _____

h. $\log_a 1 =$ _____

i. $\log_{\sqrt{3}} 3 =$ _____

j. $\log_3 \left(\sqrt{3}\right) =$ _____

3. Rocío quiere estimar el valor de $\log_7 125$. Pensó...
Como 125 está entre estas dos potencias de 7: $7^2=49$ y $7^3=343$, entonces el $\log_7 125$ está entre 2 y 3.
De la misma manera, estima los logaritmos:
   a. .....< $\log_3 50$ <.....
   b. .....< $\log_{12} 9$ <.....
   c. .....< $\log_5 0{,}1$ <.....

4. Mariela y Fernando discuten acerca de distintas propiedades que se deducen de la definición de logaritmo, $log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$
   a. Mariela dice: como $log_a b$ es el exponente al que tengo que elevar a para que dé b; si al número a lo elevo a ese exponente, obtengo b, o sea, $a^{\log_a b}=b$ ¿Es correcto? Mostralo con un ejemplo.

   b. Mariela asegura que el logaritmo de un producto es igual al producto de los logaritmos, $\log_a(x.y)=\log_a x.\log_a y$. Fernando dice que es igual a su suma, $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y$, porque lo asocia con las potencias de igual base. ¿Quién tiene razón? Intentá demostrar esta propiedad y verificala con un ejemplo.

c. A partir de la propiedad anterior, deducí a qué es igual el logaritmo de un cociente y explicá por qué.

$\log_a (x : y) =$ _____

_____

d. Fernando, que conoce muy bien las propiedades de las potencias, concluyó que $\log_a(x^y)=y.\log_a x$. ¿En qué propiedad pudo basarse para sacar esa conclusión? Verificala con un ejemplo.

e. ¿Es cierto que $log_a b = log_{a^n} b^n$? Propone un ejemplo que confirme tu respuesta.

5. Aplicá las propiedades para expresar como un solo logaritmo y resolvé mentalmente.

a. $log_2 20 - log_2 15 + log_2 24 = log \quad =$

b. $log_{1/3} 21 + log_3 14 - log_3 18 = log \quad =$

6. Aplicando las propiedades, descomponé estos logaritmos de manera de poder calcularlos mentalmente y resolverlos.

a. $log_2 \left[\frac{16^{-1}}{\sqrt{2}}\right] =$

b. $log_{\sqrt{5}} \left[(\sqrt{5})^{-2} . 5^{\frac{1}{3}}\right]^3 =$

7.

En las calculadoras científicas se obtienen logaritmos en base diez con la tecla [log], o en base **e** con la tecla [ln].
Para calcular logaritmos en otras bases se hace un "cambio de base":
$\log_a \mathbf{b} = \frac{\log_w \mathbf{b}}{\log_w \mathbf{a}}$; con la ventaja de que se puede elegir la nueva base **w**.
Por ejemplo, para calcular $\log_3 2$ podés hacer [log] [2] [:] [log] [3], o bien [ln] [2] [:] [ln] [3].

a. Verificá que de las dos formas se obtiene el mismo resultado.

_____

b. Obtené estos logaritmos con la calculadora.

$\ln 6{,}5 =$ _____ $\log_2 3 =$ _____

$\log 278 =$ _____ $\log_6 5 =$ _____

c. ¿Cómo podrías verificar los resultados?

_____

d. Para calcular $\log_{11} 42$ Claudio hizo $\log 42 : \ln 11$; pero cuando quiso verificar su resultado descubrió que tenía un error. Volvió a intentarlo e hizo $\ln 11 : \ln 42$. Nuevamente el resultado que obtuvo no fue el correcto. ¿Cuál fue el error en cada caso?

_____

El pH mide la acidez de una solución, la cual se relaciona con la concentración de iones de hidrógeno. Para calcularla se usa la fórmula $pH = -\log x$, donde x representa la concentración de iones de hidrógeno de la solución.
La escala para medir el pH va de 0 a 14.
Completá la tabla con el paralelo entre la escala de pH y la concentración de iones de hidrógeno que habrá en la solución.

Sustancia	pH	Moles de hidrógeno por litro (x)
Ácida	$0 < pH < 7$	$< x <$
Neutra	$pH = 7$	$x =$
Básica	$7 < pH < 14$	$< x <$



8.

9.

a. Explicá los pasos que utilizó Luli para hallar x.

$\log_2 x + \log_2 (x + 1) = \log_2 6$

$\log_2 x + \log_2 (x + 1) - \log_2 6 = 0$

$\log_2 [x \cdot (x + 1) : 6] = 0$

$2^0 = [x \cdot (x + 1) : 6]$

$1 = [x \cdot (x + 1) : 6]$

$6 = x \cdot (x + 1)$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x = 2$ o bien $x = -3$ Usó la fórmula resolvente.

b. De los valores obtenidos por Luli solo uno es solución de su ecuación. ¿Cuál? ¿Por qué se descarta el otro?

10

Hallá el valor de x y verificá la solución obtenida.

a. $\log_3 (5 - x) + 2 = 0$

b. $\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} (x + 2) = 2$

c. $\log_3 x + \log_3 (x - 8) = 2$

d. $\log_2 (x + 3) = \log_5 \left(\frac{1}{5}\right)$

11.

Resolvé las ecuaciones y analizá la validez de los resultados.

a. $\frac{10^x + 10^x}{10^{x-1} \cdot 10^{2-x}} = 1$

b. $\log_7 (49^x + 7) - \log_7 8 = x$

c. $\log(\sqrt{x} - 1) + \log 5 = \log(2x - 5)$

d. $\ln (x^2 - 1) - \ln (x - 1) = \ln 4$