

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} c = 0$ (c: hằng số).

Câu 2: Chọn mệnh đề đúng?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} = \frac{1}{2}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = 0$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{10}\right)^n = +\infty$.

Câu 3: Chọn mệnh đề đúng?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n-n^3}{n^2} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+3} = \frac{1}{2}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^n = 0$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2021}{2022}\right)^n = +\infty$.

Câu 4: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-4}{3^n}\right)$ bằng:

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 0

D. $\frac{-4}{3}$

Câu 5: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2+2}{5-4n^2} = 2$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

A. $a=10$

B. $a=-8$

C. $a=8$

D. $a=-2$

Câu 6: Gọi S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với số hạng đầu là u_1 , công bội q. Khi đó S được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{1-q}{u_1}$.

B. $S = \frac{1+q}{u_1}$.

C. $S = \frac{u_1}{1-q}$.

D. $S = \frac{u_1}{1+q}$.

Câu 7: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+4n^2}}{1-2n} = L$. Giá trị L bằng bao nhiêu?

A. $L=-2$

B. $L=\sqrt{5}$

C. $L=1$

D. $L=-1$

Câu 8: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-an} - \sqrt{n^2+2}) = -1$. Tìm giá trị của a.

A. Không có giá trị của a

B. $a=-2$

C. $a=2$

D. $a=1$

Câu 9: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = M$. Giá trị M bằng bao nhiêu?

A. $M=1$

B. $M=0$

C. $M=\frac{1}{2}$

D. $M=+\infty$

Câu 10: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+2^2+2^3+\dots+2^n-3^n}{3+3^2+3^3+\dots+3^n} = M$. Giá trị M bằng bao nhiêu?

A. $M=+\infty$

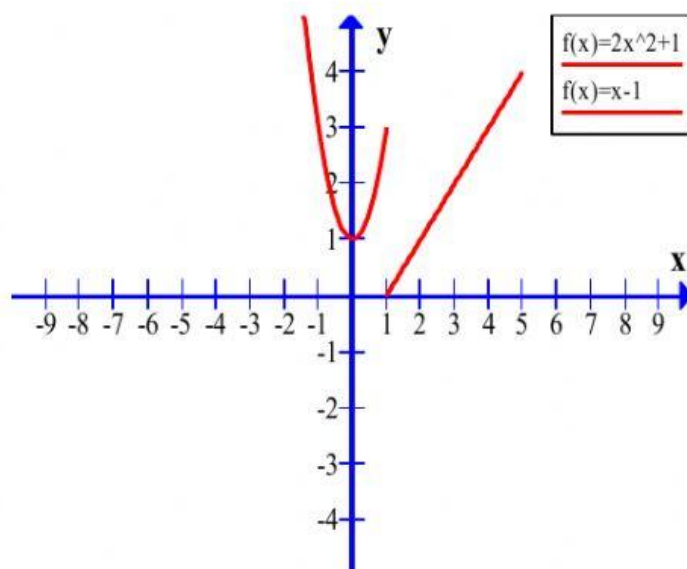
B. $M=1$

C. $M=0$

D. $M=-\frac{2}{3}$

Câu 11: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^6$.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 12:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - 4x^2 + 10)$.
A. 0. B. 7. C. 10. D. $+\infty$.
- Câu 13:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 5x + 2}{-x^3 + 3x^2 - 4}$.
A. -3. B. 3. C. 0. D. $-\infty$.
- Câu 14:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{-x^3 + 3x^2 - 4}$.
A. -3. B. 3. C. 0. D. $-\infty$.
- Câu 15:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+2}{x+1}$.
A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. ∞ . D. 1.
- Câu 16:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{x-1}$.
A. 0 B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.
- Câu 17:** $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} \right)$ bằng
A. 2 B. 1 C. -2 D. -1
- Câu 18:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x - 2020)$ bằng
A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1 D. -1
- Câu 19:** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2 - x}{\sqrt{9x^2 - 3x + 2x}}$ là
A. $-\frac{1}{5}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 20:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới không liên tục tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 2$.
- Câu 21:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$?
A. $f(x) = \tan x + x^2 - 3$. B. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$.

C. $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \neq 2 \\ 10 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

D. $f(x) = \frac{1}{\cot^2 x + 3}$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = \frac{5}{2}$.

B. $a = 2$.

C. $a = -\frac{11}{6}$.

D. $a = 3$.

Câu 23: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x - 3}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ m & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $m = 5$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = -1$.

Câu 24: Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình chỉ có 1 nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$.

B. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.

C. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.

D. Phương trình có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0; 2)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x-1} & \text{khi } x < 3 \text{ và } x \neq 1 \\ 4 & \text{khi } x = 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x \geq 3. \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số chỉ gián đoạn tại $x = 1$ và $x = 3$.

B. Hàm số chỉ gián đoạn tại $x = 1$.

C. Hàm số chỉ gián đoạn tại $x = 3$.

D. Hàm số liên tục trên toàn tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 26: Cho các đường thẳng không cùng phương với phương chiếu. Tìm khẳng định đúng.

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng trùng nhau.

C. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song.

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 27: G là trọng tâm của tứ diện đều $ABCD$. Tìm phát biểu sai.

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

B. $\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{CG} + \vec{DG}$

C. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{OG}, \forall O$

D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

Câu 28: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC}$

B. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AB'}$

C. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$

D. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AD'}$

Câu 29: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , S là điểm nằm ngoài $(ABCD)$. Tìm mệnh đề sai.

A. $\vec{SA} - \vec{SB} = \vec{CD}$ B. $\vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO}$ C. $\vec{SB} - \vec{SA} = \vec{SD} - \vec{SC}$ D. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

Câu 30: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P và Q lần lượt là trung điểm AB, CD, BC và AD. Vec tơ $\vec{AC}$ cùng với hai vec tơ nào sau đây là ba vec tơ không đồng phẳng.

A. $\vec{MP}$ và $\vec{AD}$. B. $\vec{AB}$ và $\vec{AD}$. C. $\vec{QM}$ và $\vec{BD}$. D. $\vec{QN}$ và $\vec{CD}$.

Câu 31: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Các đường thẳng đi qua 2 đỉnh của hình lập phương đã cho và vuông góc với đường thẳng AC là:

A. AB và A'B'. B. BD và B'D'. C. BC và B'C'. D. AD và A'D'.

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có SA = SB = SC = SD, có đáy ABCD là hình bình hành, AC cắt BD tại O. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $AC \perp BD$ B. $SO \perp SC$ C. $BC \perp SC$ D. $SO \perp AC$

Câu 33: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $AB \perp B'B$ B. $A'D \perp DC$ C. $B'C \perp D'C$ D. $A'C' \perp BD$

Câu 34: Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 35: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD = a$, $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD).

Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là:

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

II. TỰ LUẬN

Câu 36: (0,75 điểm) Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh 1. Nó tô màu xám các hình vuông, biết rằng hình vuông thứ 2 có các đỉnh là trung điểm của hình vuông thứ nhất (là hình vuông có cạnh bằng 1). Giả sử quy trình tô màu của Mickey có thể tiến ra vô tận. Gọi u_n là diện tích hình vuông thứ n. Tính tổng S với $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$

Câu 37: (0,75 điểm) Biết rằng $a + b = 4$ và $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right)$ hữu hạn. Tính giới hạn

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{b}{1-x^3} - \frac{a}{1-x} \right).$$

Câu 38: (0,5 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Tính số đo của góc (IJ, CD)

Câu 39: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3m\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+7}}{x-2} & ; x \neq 2 \\ \frac{1}{3} + n & ; x = 2 \end{cases}$. Tìm điều kiện của m, n để

hàm số liên tục tại $x = 2$.