



Nama : _____
Kelas : _____

LKPD Ukuran Sudut dan Konsep Dasar Sudut

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah LKPD ini diharapkan Kalian mengenal satuan ukuran sudut dalam radian dan derajat serta mampu mengubah satuan ukuran sudut dari bentuk radian ke bentuk derajat dan sebaliknya

B. Uraian Materi

Pernakah Kalian melihat seorang sedang mengukur jalan yang akan diperbaiki atau mengukur ketinggian sebuah gedung? Tahukah kalian bagaimana seorang Nakhoda kapal memperkirakan jarak antara kapal dengan pelabuhan atau pantai atau dengan kapal lain sehingga kapalnya tidak bertabrakan? Bagaimana seorang ahli kelautan mengukur kedalaman Samudra, ketinggian ombak atau seorang Astronom mengukur jarak bintang? Para ahli tersebut bekerja menggunakan perhitungan Trigonometri. Aktivitas pengukuran tersebut hanya sebagian dari penerapan trigonometri dalam kehidupan nyata.

Secara sederhana, menggunakan trigonometri berarti melakukan penghitungan yang berkaitan dengan sudut. Trigonometri sering digunakan oleh surveyor, astronot, ilmuwan, engineer, bahkan juga digunakan untuk kegiatan investigasi. Dalam bidang fisika, teknik, dan kedokteran, trigonometri mengambil peranan penting dalam pengembangan teknologi kedokteran dan teori-teori fisika dan teknik. Dalam Matematika, trigonometri digunakan untuk menemukan relasi antara sisi dari sudut pada suatu segitiga.

Setelah membaca paparan di atas, Kalian bisa mengetahui betapa luasnya penggunaan Trigonometri dalam kehidupan nyata. Bagaimana, menarikkan? Mudah-mudahan Kalian termotivasi untuk mempelajari lebih dalam Trigonometri, khususnya belajar matematika sebagai tarunya ilmu pengetahuan.

Ukuran Sudut (Derajat dan Radian)

Sesuatu yang bisa diukur itu memiliki satuan ukuran untuk mengukurnya. Begitu pula dengan sudut. Satuan sudut yang paling sering kita temui dan dipergunakan adalah derajat (dilambangkan dengan "°"). Namun, ada satuan lain yang dapat digunakan untuk mengukur satuan sudut, yaitu satuan radian (dilambangkan dengan "rad").

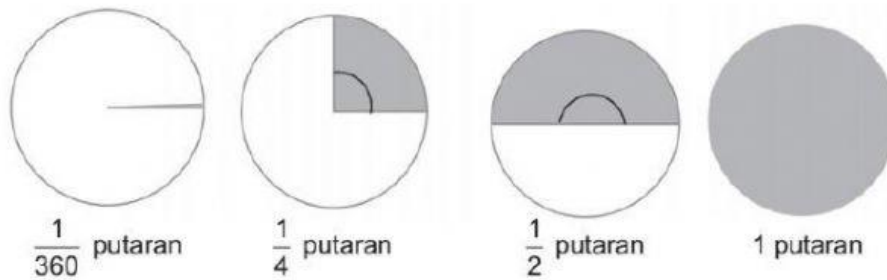
Kalian pasti masih ingat pelajaran waktu SMP bahwa besar sudut dalam satu putaran penuh adalah 360° atau 1° didefinisikan sebagai besar sudut yang dibentuk oleh $\frac{1}{360}$ putaran penuh.

Satuan derajat ini berasal dari peradaban manusia yang mengaitkannya dengan musim yang dipengaruhi oleh perputaran bumi terhadap matahari. Dalam 1 (satu) kali revolusi Bumi menyelesaikannya dalam 360 hari.

Coba Kalian cermati gambar berikut:

By Pungky Rahmawati, S.Pd

SMA BRAWIJAYA SMART SCHOOL MALANG



Gambar 1.1

Dari gambar 1.1 didapat besar sudut berikut:

$$\frac{1}{360} \text{ putaran} = \frac{1}{360} \cdot 360^\circ = 1^\circ$$

$$\frac{1}{4} \text{ putaran} = \frac{1}{4} \cdot 360^\circ = 90^\circ$$

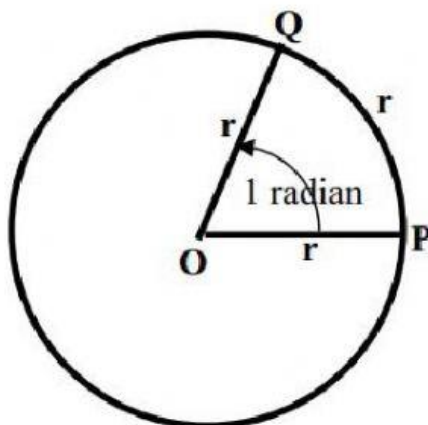
$$\frac{1}{2} \text{ putaran} = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{1}{12} \text{ putaran} = \frac{1}{12} \cdot 360^\circ = 30^\circ$$

$$\frac{1}{8} \text{ putaran} = \frac{1}{8} \cdot 360^\circ = 45^\circ$$

Kalian dapat mendeskripsikan beberapa satuan putaran yang lain.

Selain ukuran derajat, kita juga mengenal ukuran radian. satu radian atau 1 rad adalah besarnya sudut yang dibentuk oleh dua buah jari-jari lingkaran berjari-jari r dan membentuk busur sepanjang r juga atau besar sudut pusat dari suatu lingkaran yang panjang busur dihadapan sudut tersebut adalah sama dengan jari-jari lingkaran tersebut. Panjang busur suatu lingkaran dapat dihitung langsung dengan mengalikan besarnya sudut dengan jari-jari lingkaran, apabila besarnya sudut telah dalam satuan radian.



Gambar 1.2

Dari gambar di atas, besar sudut POQ = $\frac{\text{Panjang busur PQ}}{r}$ radian = $\frac{r}{r}$ radian = 1 radian

Hubungan satuan derajat dengan satuan radian adalah bahwa satu putaran penuh sama dengan 2π radian. Untuk lebih jelasnya, dapat kita lihat seperti di bawah ini.

Satu putaran penuh = $360^\circ = 2\pi$ radian

$$\frac{1}{2} \text{ putaran} = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ = \frac{1}{2} \times 2\pi \text{ radian} = \pi \text{ radian}$$

$$\frac{1}{360} \text{ putaran} = \frac{1}{360} \times 360^\circ = 1^\circ = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180} \text{ radian}$$

Maka didapat $1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} 1^\circ \approx 57,3^\circ$

Coba Kalian perhatikan hubungan secara Aljabar antara derajat dengan Radian berikut:

1. $\frac{1}{4}$ putaran = $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow 90^\circ = 90 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{1}{2} \pi \text{ rad}.$
2. $\frac{1}{3}$ putaran = $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ \Leftrightarrow 120^\circ = 120 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{2}{3} \pi \text{ rad}.$
3. $\frac{1}{2}$ putaran = $\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 180^\circ = 180 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \pi \text{ rad}.$
4. $\frac{2}{3}$ putaran = $\frac{2}{3} \times 360^\circ = 240^\circ \Leftrightarrow 240^\circ = 240 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{4}{3} \pi \text{ rad}.$
5. $\frac{3}{4}$ putaran = $\frac{3}{4} \times 360^\circ = 270^\circ \Leftrightarrow 270^\circ = 270 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{3}{2} \pi \text{ rad}.$

Tentunya dengan mudah kalian mampu mengubah ukuran sudut yang lain.

Untuk lebih memahami masalah hubungan antara derajat dengan radian, coba Kalian perhatikan contoh-contoh berikut:

Contoh 1.1

Selesaikan soal-soal ukuran sudut berikut:

1. $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = \dots \text{putaran} = \dots^\circ$
2. $\frac{1}{10} \text{ putaran} = \dots \text{rad} = \dots^\circ$
3. $135^\circ = \dots \text{rad} = \dots \text{putaran}$
4. Berapa radian sudut yang dibentuk jarum jam pada pukul 11.00?

Alternatif penyelesaian:

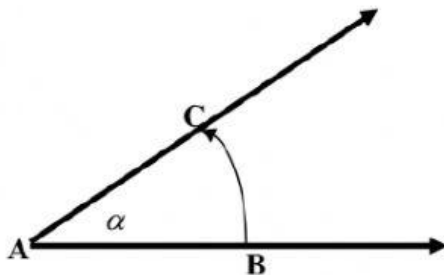
1. 1 putaran = $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$, jadi $\frac{1}{2}$ putaran = $180^\circ = \pi$. Oleh karena itu $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ putaran = $\frac{1}{8}$ putaran = $\frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$.
2. Karena 1 putaran = $2\pi \text{ rad}$, maka $\frac{1}{5} \times 2\pi \text{ rad} = \frac{1}{5}\pi \text{ rad} = \frac{1}{5} \times 180^\circ = 36^\circ$
3. $135 = 135 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{3}{4}\pi \text{ rad} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ putaran = $\frac{3}{8}$ putaran
4. Sudut yang terbentuk pada pukul 11.00 adalah 30° . Jadi $30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{1}{6}\pi \text{ rad}.$

Konsep Dasar Sudut

Kalian sudah sering mendengar kata "sudut". Sebenarnya apa yang dimaksud dengan sudut? Untuk memahami masalah sudut, coba Kalian lakukan Langkah-langkah berikut:

1. Lukis sinar garis (misal sinar AB)
2. Putar sinar AB dengan pusat A sampai terjadi sinar garis AC, sehingga terbentuk sudut BAC
3. Beri nama sudut BAC = α

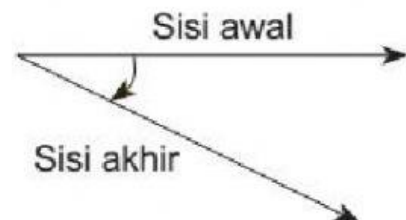
Dari proses tersebut Kalian telah membuat sudut $\angle BAC$ seperti tampak pada gambar.



Dalam kajian geometris, sudut didefinisikan sebagai hasil rotasi dari sisi awal (*initial side*) ke sisi akhir (*terminal side*). Selain itu, arah putaran memiliki makna dalam sudut. Suatu sudut bertanda "*positif*" jika arah putarannya berlawanan dengan arah putaran jarum jam, dan bertanda "*negatif*" jika arah putarannya searah dengan jarum jam. Arah putaran untuk membentuk sudut juga dapat diperhatikan pada posisi sisi akhir terhadap sisi awal. Untuk memudahkannya, mari kita cermati deskripsi berikut ini.



a. Sudut bertanda positif



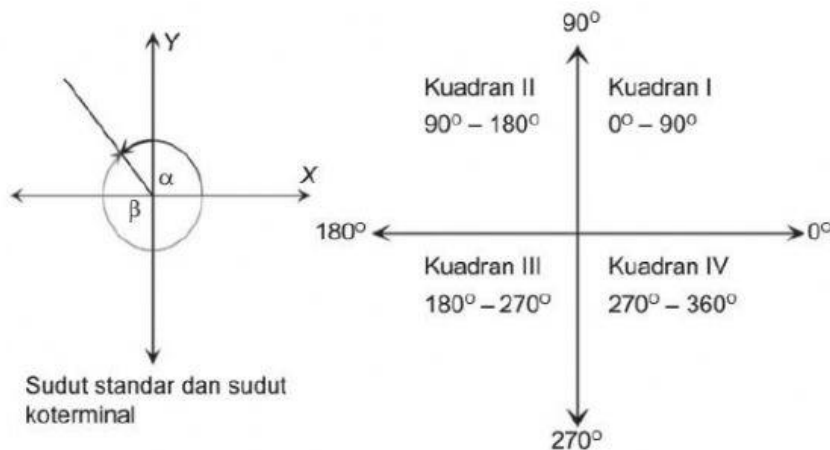
b. Sudut bertanda negatif

Gambar 1.3 Sudut berdasarkan arah putaran.

Dalam bidang koordinat kartesius, jika sisi awal suatu garis berimpit dengan sumbu x dan sisi terminalnya terletak pada salah satu kuadran pada koordinat kartesius itu, disebut sudut *standar* (baku). Jika sisi akhir berada pada salah satu sumbu pada koordinat tersebut, sudut yang seperti ini disebut pembatas kuadran, yaitu 0° , 90° , 180° , 270° dan 360° . Sebagai catatan, bahwa untuk menyatakan suatu sudut, lazimnya digunakan huruf Yunani, seperti, α (*alpha*), β (*betha*), γ (*gamma*), dan θ (*tetha*), dan juga digunakan huruf-huruf kapital, seperti A, B, C, dan D.

Cermati gambar di bawah ini.

Jika sudut yang dihasilkan sebesar α (sudut standar), maka sudut β disebut sebagai sudut koterminal, sehingga $\alpha + \beta = 360^\circ$, seperti gambar berikut.



b. Besar sudut pada setiap kuadran

Gambar 1.4

Definisi 2.1:

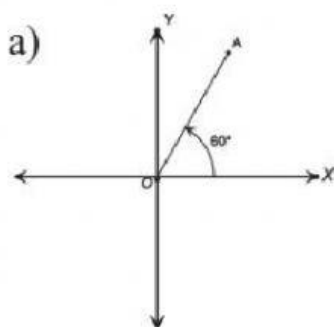
Sudut-sudut koterminal adalah dua sudut standar, memiliki sisi-sisi akhir (*terminal side*) yang berimpit.

Untuk lebih memahami, coba kalian amati contoh-contoh berikut:

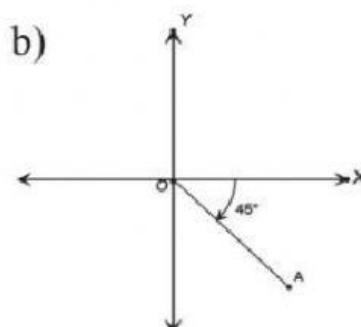
Gambarkanlah sudut-sudut standar di bawah ini, dan tentukan posisi setiap sudut pada koordinat kartesius.

- a) 60° b) -45° c) 120° d) 600°

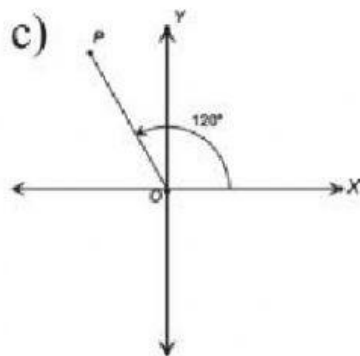
Alternatif Penyelesaian:



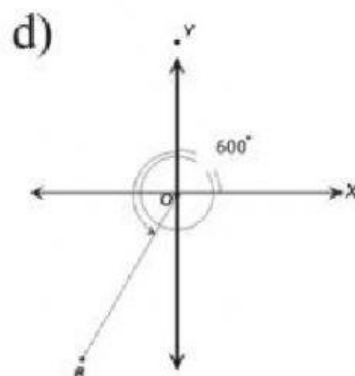
Sisi awal terletak pada sumbu X dan sisi akhir OA terletak di kuadran I.



Sisi awal terletak pada sumbu X dan sisi akhir OA terletak di kuadran IV.



Sisi awal terletak pada sumbu X dan sisi akhir OP terletak di kuadran II.



Sisi awal terletak pada sumbu X dan sisi akhir OR terletak di kuadran III.

Gambar 1.5

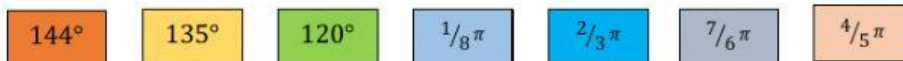
C. Rangkuman

1. Ada dua ukuran untuk mengukur sudut, yaitu derajat dan radian.
2. $1^\circ = \frac{1}{360}$ putaran.
3. 1 rad adalah besarnya sudut yang dibentuk oleh dua buah jari-jari lingkaran berjari-jari r dan membentuk busur sepanjang r juga
4. Hubungan satuan derajat dengan satuan radian adalah bahwa satu putaran penuh sama dengan 2π radian
5. $1 \text{ rad} \approx \frac{180}{\pi} 1^\circ$
6. Sudut didefinisikan sebagai hasil rotasi dari sisi awal (*initial side*) ke sisi akhir (*terminal side*).
7. Sudut *standar* (baku) adalah sudut yang sisi awalnya berimpit dengan sumbu x dan sisi terminalnya terletak pada salah satu kuadran pada koordinat kartesius.
8. Sudut-sudut koterminial adalah dua sudut standar, memiliki sisi-sisi akhir (*terminal side*) yang berimpit.

D. Latihan Soal

Untuk meningkatkan pemahaman, coba Kalian kerjakan Latihan soal berikut dengan memindahkan kotak warna-warni jawaban.

1. Untuk besar sudut di bawah ini, ubahlah ke bentuk satuan derajat dan radian.
 - a. $\frac{1}{3}$ putaran = (derajat) = (rad)
 - b. $\frac{2}{5}$ putaran = (derajat) = (rad)
2. Nyatakanlah sudut berikut ke dalam satuan radian.
 - a. $210^\circ =$ (rad)
3. Nyatakan sudut berikut ke dalam bentuk derajat.
 - a. $\frac{3}{4}\pi \text{ rad} =$ (derajat) _
4. Berapa radian jarak putar jarum menit sebuah jam apabila ia berputar selama
 - a. 45 menit = (rad)



Sumber: http://sman1maronge.sch.id/wp-content/uploads/2020/11/Kelas-X_Matematika-Umum_KD-3.7-Baru.pdf