

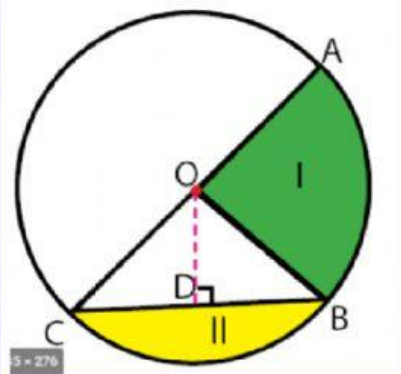
Persamaan Lingkaran & Persamaan Garis Singgung Lingkaran

Kelas XI / Semester Genap

Lingkaran

Bangun datar yang mempunyai himpunan titik-titik yang berjarak sama dari suatu titik tetap di bidang itu. Titik tetap lingkaran itu dinamakan pusat lingkaran

Perhatikan Gambar Lingkaran berikut:



Titik O =

Garis OA, OB, OC =

Garis AC =

Garis OD =

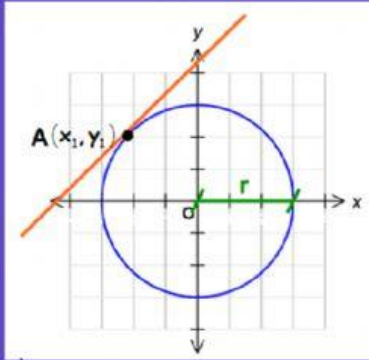
Garis CD =

Lengkung BC =

Daerah I = Daerah OAB =

Daerah II = Daerah BC =

Lingkaran dengan Pusat di O(0,0)



Pusat di : O(0,0)

Jari-jari : r

Persamaan Lingkaran :

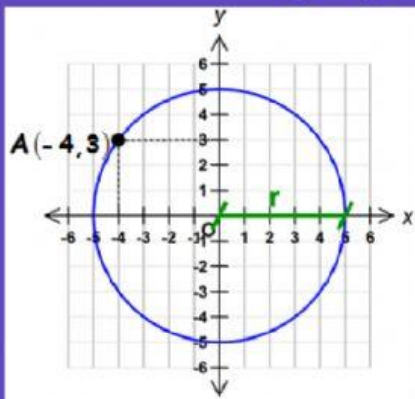
$$x^2 + y^2 = r^2$$

Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

$$x_1x + y_1y = r^2$$

Example 1:

Tentukan Pusat, jari-jari, dan persamaan lingkaran dari gambar di bawah ini:



Pusat di : O (0,0)

Jari-jari : r = 5

Persamaan Lingkaran:

$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

$$A (x_1, y_1) \Rightarrow x_1x + y_1y = r^2$$

$$A (-4, 3) \Rightarrow -4x + 3y = 25$$

$$-4x + 3y - 25 = 0$$

Example 2:

Diketahui persamaan lingkaran : $x^2 + y^2 = 64$

Tentukan Persamaan Garis singgung lingkaran yang sejajar dengan garis $y = 6x + 7$

Penyelesaian :

Garis $y = 6x + 7$

Memiliki $m_1 = 6$

Karena Seajar maka $m_2 = m_1$ Jadi $m_2 = 6$

Persamaan Lingkaran : $x^2 + y^2 = 64$

Memiliki Pusat di O (0,0)

Jari-jari $r = \sqrt{64} = 8$

Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran

$$y = m_2x \pm r\sqrt{1+m^2}$$

$$y = 6x \pm 8\sqrt{1+6^2}$$

$$y = 6x \pm 8\sqrt{37}$$

Example 3:

Diketahui persamaan lingkaran :

$$x^2 + y^2 = 81$$

Tentukan Persamaan Garis singgung lingkaran yang memiliki gradien -10

Penyelesaian:

Persamaan Lingkaran $x^2 + y^2 = 81$

Memiliki Pusat di : O(0, 0)

Jari-jari : $r^2 = 81$ $r = 9$

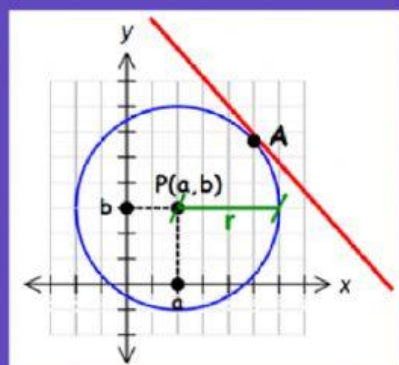
Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

$$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$$

$$y = -10x \pm 9\sqrt{1+(-10)^2}$$

$$y = -10x \pm 9\sqrt{101}$$

Lingkaran dengan pusat di P(a,b)



Pusat di : P (a,b)

Jari-jari : r

Persamaan Lingkaran:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

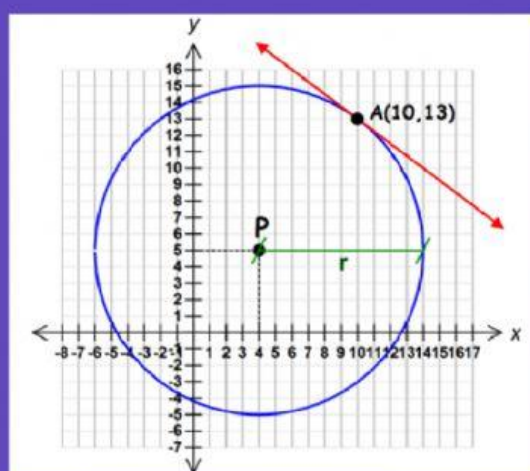
Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

Melalui Titik A $(x_1, y_1) \Rightarrow (x_1-a)(x-a) + (y_1-b)(y-b) = r^2$

Gradien m $\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \pm r\sqrt{1+m^2}$

Example 4:

Tentukan Persamaan lingkaran dan PGS Lingkaran dari gambar berikut:



Pusat di : P (a,b) = P(,)

Jari-jari : r = $\sqrt{\text{$ } = \text{

Persamaan Lingkaran:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 10^2$$

$$(x - \text{>})^2 + (y - \text{>})^2 = \text{$$

Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

Melalui Titik A $(x_1, y_1) \Rightarrow (x_1-a)(x-a) + (y_1-b)(y-b) = r^2$

$$\text{Titik A } (10,13) \Rightarrow (10-4)(x-4) + (13-5)(y-5) = 10^2$$

$$\text{>}(x-4) + \text{>}(y-5) = 100$$

$$6x - \text{>} + \text{>}y - \text{>} - \text{>} = 0$$

$$6x + 8y - \text{>} = 0$$

Example 5:

Tentukan PGS Lingkaran yang tegak lurus

garis $8y - x + 10 = 0$

pada lingkaran $(x-2)^2 + (y+10)^2 = 16$

Penyelesaian:

$$\text{Garis : } 8y - x - 10 = 0$$

$$\text{Gradien } m_1 = -\frac{a}{b} = -\frac{-1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Karena TEGAK LURUS maka } m_2 = -\frac{1}{m_1} = 8$$

Persamaan Lingkaran:

$$(x-2)^2 + (y+10)^2 = 16$$

Pusat di : P(a,b) = P(,)

Jari-jari : r = $\sqrt{\text{$ } = \text{

PGS Lingkaran:

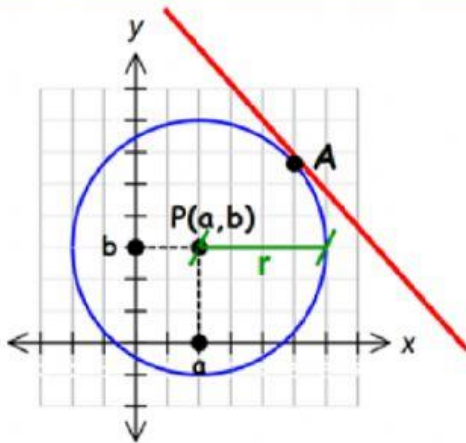
$$\text{Gradien } m = 8 \Rightarrow y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1+m^2}$$

$$y + 10 = 8(x - 2) \pm 4\sqrt{1+8^2}$$

$$y = \text{>}x - \text{>} - 10 \pm 4\sqrt{\text{$$

$$y = \text{>}x - \text{>} \pm 4\sqrt{\text{$$

Lingkaran Bentuk Umum



Pusat di : $P(a, b) = P\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$

Jari-jari : $r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$

Persamaan Lingkaran Bentuk Umum:

$A = -2a$

$B = -2b$

$C = r^2 - a^2 - b^2$

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Persamaan Garis Singgung Lingkaran:

Melalui Titik $A(x_1, y_1) \Rightarrow x_1x + y_1y + \frac{1}{2}A(x_1+x) + \frac{1}{2}B(y_1+y) + C = 0$

Example 6:

Diketahui persamaan lingkaran bentuk umum

$x^2 + y^2 - 20x + 30y - 300 = 0$

Tentukan Pusat dan Jari-jari Lingkaran di atas!

Penyelesaian:

$x^2 + y^2 - 20x + 30y - 300 = 0$

$A = -20$

$B = 30$

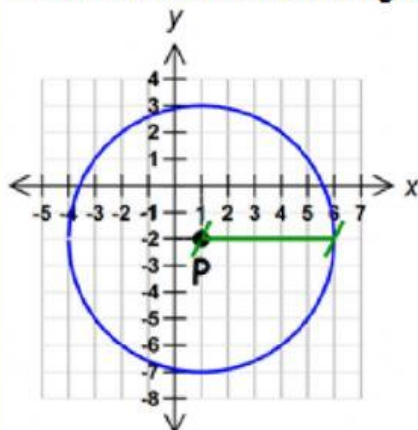
$C = -300$

Pusat di : $P(a, b) = P\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$
 $= P\left(-\frac{1}{2}(-20), -\frac{1}{2}(30)\right)$
 $= P(10, -15)$

Jari-jari : $r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$
 $= \sqrt{\frac{1}{4}(-20)^2 + \frac{1}{4}(30)^2 - (-300)}$
 $= \sqrt{\frac{1}{4}400 + \frac{1}{4}900 + 300}$
 $= \sqrt{100 + 225 + 300}$
 $= \sqrt{625}$
 $= 25$

Example 7:

Perhatikan gambar di bawah ini,
tentukan Persamaan Lingkaran nya!



Penyelesaian:

Pusat di : $P(a, b) = P(-2, 4)$

Jari-jari : $r = 5$

Persamaan Lingkaran :

$A = -2a = -2(-2) = 4$

$B = -2b = -2(4) = -8$

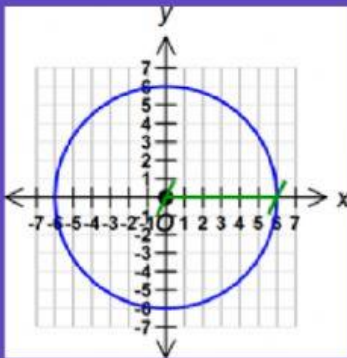
$C = a^2 + b^2 - r^2$
 $= (-2)^2 + (4)^2 - 5^2$
 $= 4 + 16 - 25$
 $= -5$

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$

Latihan Soal 1

Pasangkan lingkaran-lingkaran di bawah ini dengan pusat dan jari-jarinya
Serta Persamaan Lingkarannya!



Pusat di : $O(0,0)$

Jari-jari : $r = 6$

Pusat di : $P(-4,1)$

Jari-jari : $r = 5$

Pusat di : $P(-4,-5)$

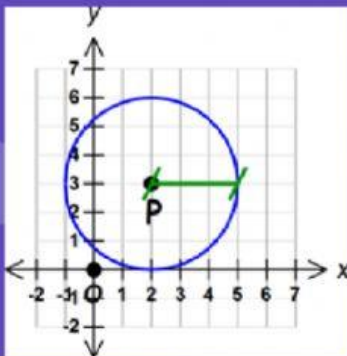
Jari-jari : $r = 2$

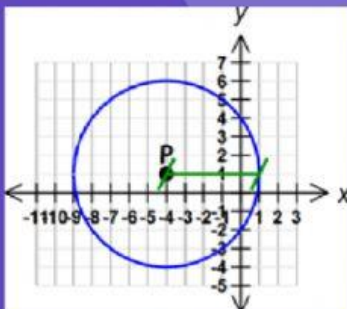
Pusat di : $O(0,0)$

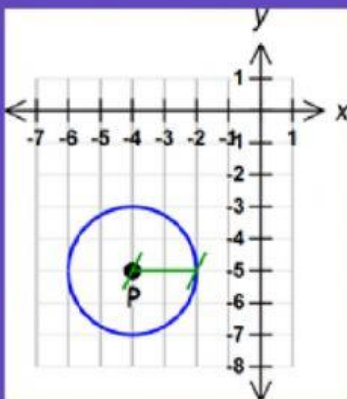
Jari-jari : $r = 4$

Pusat di : $P(2,3)$

Jari-jari : $r = 3$







$$x^2 + y^2 + 8x + 10y + 37 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 2y - 5 = 0$$

