

LEMBAR KERJA SISWA

Nama :

Kelas :

Materi : Proyeksi Vektor

Alokasi Waktu : 30 menit

Tujuan pembelajaran :

Menyelesaikan masalah berkaitan proyeksi vektor orthogonal dan proyeksi scalar ortogonal

Petunjuk Belajar:

1. LKS ini terdiri dari 5 pasang contoh dan soal.
2. Pelajari contoh mulai dari memahami masalah hingga jawaban akhir.
3. Setelah mempelajari contoh, kerjakan soal yang dipasangkan dengan tidak melihat contoh.
4. Boleh menggunakan cara sendiri, tidak harus sama persis dengan contoh.
5. Pelajari LKS dengan urutan, tidak secara acak.

Contoh-1 :

Soal:

Diketahui tiga titik A(3, -1, 2), B(4, 3, -2) dan C(1, 3, 2) dengan AB merupakan $\vec{a}$ dan BC merupakan $\vec{b}$. Tentukan proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$.

Penyelesaian:

Diketahui : $\vec{a} = [6, -4, 2] - [4, -1, 2] = [0, 4, -4]$

$\vec{b} = [4, 2, -2] - [4, 3, -2] = [-3, 0, 4]$

Ditanya : proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$

Jawab :

$\vec{a} = [0, 4, -4]$

$\vec{b} = [-3, 0, 4]$

Proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah:

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \\ &= \frac{0(-3) + (4)(0) + (-4)(4)}{(\sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 4^2})^2} [-3, 0, 4] \\ &= \frac{0 - 0 - 16}{9 + 0 + 16} [-3, 0, 4] \\ &= \frac{-16}{25} [-3, 0, 4] \\ &= \left[\frac{58}{25}, 0, -\frac{64}{25} \right]\end{aligned}$$

Oleh karena itu, proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\left[\frac{58}{25}, 0, -\frac{64}{25} \right]$.

Masalah-1 :**Soal:**

Diketahui tiga titik $A(4, -7, 3)$, $B(5, 2, -3)$ dan $C(3, -1, 4)$ dengan AC merupakan $\vec{a}$ dan BC merupakan $\vec{b}$. Tentukan proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$.

Penyelesaian:

Contoh-2 :**Soal:**

Diketahui $\vec{a} = 4i - 2j + 2k$ dan $\vec{b} = 2i - 6j + 4k$. Tentukan proyeksi $\vec{b}$ pada $\vec{a}$.

Penyelesaian:

Diketahui : $\vec{a} = [4, -2, 2]$

$$\vec{b} = [2, -6, 4]$$

Ditanya : proyeksi $\vec{b}$ pada $\vec{a}$

Jawab :

Proyeksi $\vec{b}$ pada $\vec{a}$ adalah:

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} \\ &= \frac{2(4) + (-6)(-2) + (4)(2)}{(\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 2^2})^2} [4, -2, 2] \\ &= \frac{8 + 12 + 8}{16 + 4 + 4} [4, -2, 2] \\ &= \frac{28}{24} [4, -2, 2] \\ &= \left[\frac{13}{3}, -\frac{13}{6}, \frac{13}{6} \right]\end{aligned}$$

Oleh karena itu, proyeksi $\vec{b}$ pada $\vec{a}$ adalah $\left[\frac{13}{3}, -\frac{13}{6}, \frac{13}{6} \right]$.

Masalah-2 :**Soal:**

Diketahui $\vec{a} = [2, -1, 7]$ dan $\vec{b} = [3, 0, -4]$. Tentukan proyeksi $\vec{b}$ pada $\vec{a}$.

Penyelesaian:

Contoh-3 :**Soal:**

Diberikan dua buah vektor yaitu $\vec{a} = 3i + 4j - k$ dan $\vec{b} = i - 2j + k$. Tentukan proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ dan juga panjang proyeksi vektor tersebut.

Penyelesaian:

Diketahui : $\vec{a} = 3i + 4j - k$

$$\vec{b} = i - 2j + k$$

Ditanya : (a) proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$

(b) panjang proyeksi vektor tersebut

Jawab :

(a) $\vec{a} = [3 \ 4 \ -1]$

$$\vec{b} = [1 \ -2 \ 1]$$

Proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah:

$$\begin{aligned} s &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \\ &= \frac{3(1) + 4(-2) + (-1)(1)}{\sqrt{0^2 + 3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{3 - 8 - 1}{\sqrt{0 + 9 + 16}} \\ &= \frac{-6}{\sqrt{25}} \\ &= -\frac{6}{5} \end{aligned}$$

(b) Panjang proyeksi vektor merupakan nilai mutlak dari proyeksi scalar

$$|\vec{c}| = |s|$$

$$|\vec{c}| = \left| -\frac{6}{5} \right|$$

$$|\vec{c}| = \frac{6}{5}$$

Oleh karena itu, proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $-\frac{6}{5}$ dan panjang proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\frac{6}{5}$.

Masalah-3 :**Soal:**

Diberikan dua buah vektor yaitu $\vec{a} = [3 \ 2 \ 4]$ dan $\vec{b} = [0 \ 3 \ -4]$. Tentukan proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ dan juga panjang proyeksi vektor tersebut.

Penyelesaian:

Contoh-4 :**Soal:**

Diberikan dua buah vektor yaitu $\vec{a} = [6, -4, 2]$ dan $\vec{b} = [4, 2, -2]$. Tentukan proyeksi scalar $\vec{b}$ pada $\vec{a}$ dan juga panjang proyeksi vektor tersebut.

Penyelesaian:

Diketahui : $\vec{a} = [6, -4, 2]$

$\vec{b} = [4, 2, -2]$

Ditanya : (a) proyeksi scalar $\vec{b}$ pada $\vec{a}$

(b) panjang proyeksi vektor tersebut

Jawab :

(c) $\vec{a} = [6, -4, 2]$

$\vec{b} = [4, 2, -2]$

Proyeksi scalar $\vec{b}$ pada $\vec{a}$ adalah:

$$\begin{aligned} s &= \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|} \\ &= \frac{4(6) + (2)(-4) + (-2)(2)}{\sqrt{6^2 + (-4)^2 + 2^2}} \\ &= \frac{24 - 8 - 4}{\sqrt{36 + 16 + 4}} \\ &= \frac{12}{\sqrt{56}} \\ &= \frac{12}{2\sqrt{14}} \\ &= \frac{6}{\sqrt{14}} \end{aligned}$$

(d) Panjang proyeksi vektor merupakan nilai mutlak dari proyeksi scalar

$$|\vec{c}| = |s|$$

$$|\vec{c}| = \left| \frac{6}{\sqrt{14}} \sqrt{14} \right|$$

$$|\vec{c}| = \frac{6}{\sqrt{14}} \sqrt{14}$$

Oleh karena itu, proyeksi scalar $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\frac{6}{\sqrt{14}} \sqrt{14}$ dan panjang proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\frac{6}{\sqrt{14}} \sqrt{14}$.

Masalah-4 :**Soal:**

Diberikan dua buah vektor yaitu $\vec{a} = 2i + 3j - 4k$ dan $\vec{b} = 4i - 4j + 2k$. Tentukan proyeksi scalar $\vec{b}$ pada $\vec{a}$ dan juga panjang proyeksi vektor tersebut.

Penyelesaian: