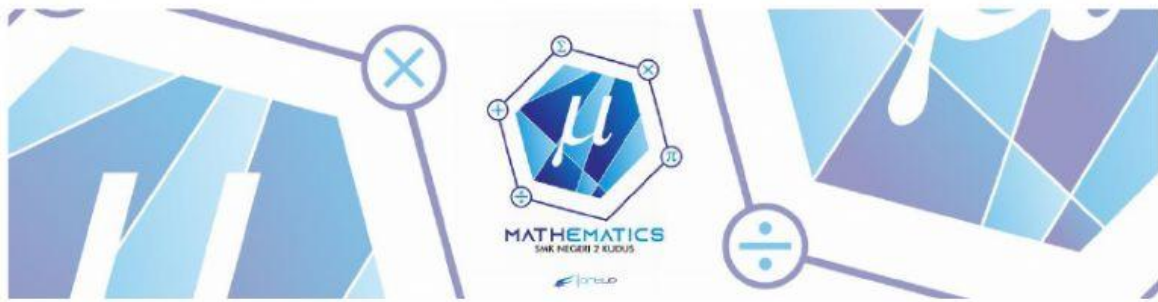




3. Limit Fungsi Berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Petunjuk Pembelajaran

- Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.
- Setelah selesai klik [Finish](#) kemudian klik [Check my answer](#) atau [Email my answer to my teacher](#).

3.1. Menyelesaikan Limit Fungsi berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Untuk menyelesaikan limit fungsi aljabar yang variabelnya mendekati ∞ , maka caranya adalah pembilang dan penyebut dibagi dengan variabel dengan pangkat tertinggi. Untuk bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - g(x)$ yang hasilnya adalah $\infty - \infty$, maka dikalikan dengan bentuk sekawannya yaitu $f(x) + g(x)$.

Contoh:

Tentukan nilai limit fungsi berikut!

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x-1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+2}{x^4-3x^2-7}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1})$

Alternatif Penyelesaian:

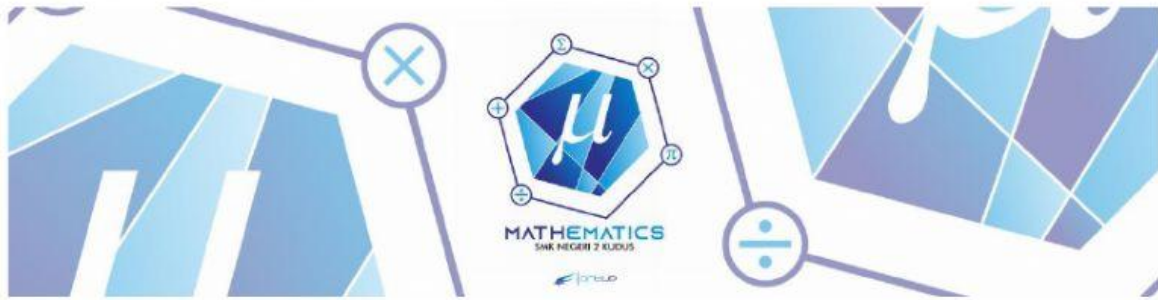
$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x}}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{1 - \frac{1}{\infty}} = \frac{2}{1 - 0} = 2$$

Pembilang dan penyebut dibagi dengan variabel pangkat tertinggi, yaitu x .

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+2}{x^4-3x^2-7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2-3x+2}{x^4}}{\frac{x^4-3x^2-7}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^4} - \frac{3x}{x^4} + \frac{2}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4} - \frac{3x^2}{x^4} - \frac{7}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^4}}{1 - \frac{3}{x^2} - \frac{7}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{\infty} - \frac{3}{\infty} + \frac{2}{\infty}}{1 - \frac{3}{\infty} - \frac{7}{\infty}} = \frac{0 - 0 + 0}{1 - 0 - 0} = \frac{0}{1} = 0$$

Pembilang dan penyebut dibagi dengan variabel pangkat tertinggi, yaitu x^4 .

$$= \frac{\frac{2}{\infty} - \frac{3}{\infty} + \frac{2}{\infty}}{1 - \frac{3}{\infty} - \frac{7}{\infty}} = \frac{0 - 0 + 0}{1 - 0 - 0} = \frac{0}{1} = 0$$



$$\begin{aligned}
 3. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}) \cdot \frac{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2) - (x-1)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2-x+1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{\sqrt{x}}}{\sqrt{\frac{x+2}{x}} + \sqrt{\frac{x-1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{\sqrt{x}}}{\sqrt{\frac{x}{x} + \frac{2}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}}}
 \end{aligned}$$

Pembilang dan penyebut dibagi dengan variabel pangkat tertinggi, yaitu $\sqrt{x}$.

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{\frac{3}{\sqrt{\infty}}}{\sqrt{1 + \frac{2}{\infty}} + \sqrt{1 - \frac{1}{\infty}}} = \frac{\frac{3}{\infty}}{\sqrt{1 + 0} + \sqrt{1 - 0}} \\
 &= \frac{\frac{3}{\infty}}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} = \frac{\frac{3}{\infty}}{1 + 1} = \frac{\frac{3}{\infty}}{2} = \frac{3}{2 \cdot \infty} = 0
 \end{aligned}$$

3.2. Sifat-sifat Limit Fungsi berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Jika $f(x)$ adalah sebuah fungsi yang mempunyai, c dan k adalah anggota bilangan real, serta $n > 0$, maka berlaku:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} k = k$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \times \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)}{\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \right)^n$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)}$, dengan $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \geq 0$ jika n genap atau $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq 0$ jika n ganjil.
10. Jika $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, maka $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)} = \infty$
11. Jika $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, maka $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)} = 0$