

1. Konsep Limit Fungsi

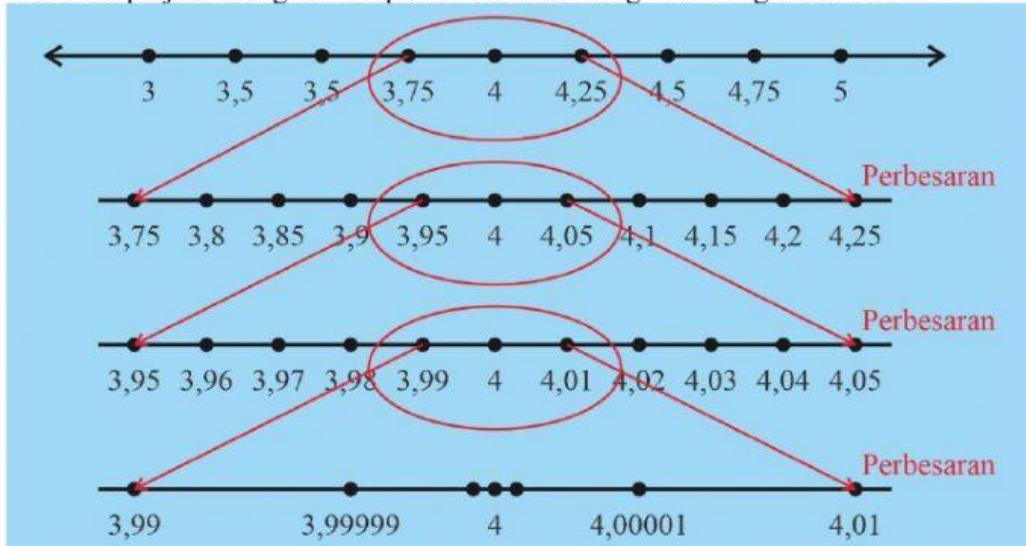
Petunjuk Pembelajaran

- Pahami dan catat kembali materi pada modul intreraktif ini.
- Setelah selesai klik **Finish** kemudian klik **Check my answer** atau **Email my answer to my teacher**.

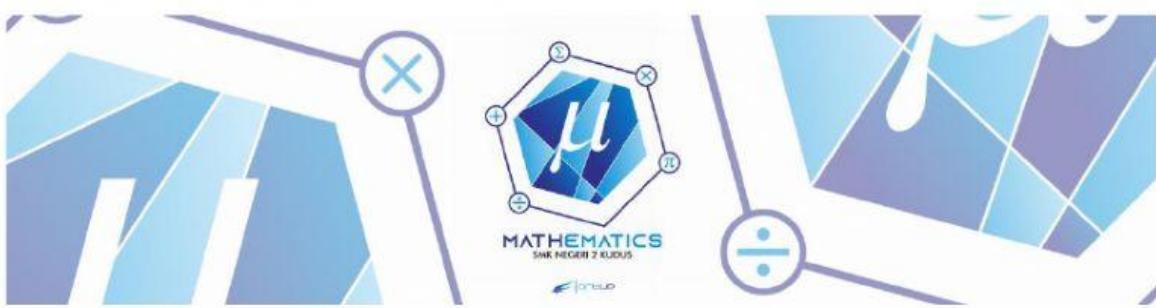
1.1. Menemukan Konsep Limit Fungsi

Jika ada pertanyaan, "Berapakah bilangan **bulat** yang nilainya paling mendekati 4?". Kita akan dapat dengan mudah menjawab 3 atau 5. Namun jika pertanyaan tersebut diubah menjadi, "Berapakah **bilangan real** yang nilainya paling mendekati 4?". Kita tidak dapat menjawab 3, karena masih ada bilangan real yang nilainya lebih dari 3 dan nilainya lebih mendekati 4. Kita juga tidak dapat menjawab 5, karena ada bilangan real yang kurang dari 5 yang nilainya lebih mendekati 4.

Mari kita perjelas dengan memperhatikan ilustrasi garis bilangan berikut:



Jika dilihat pada garis bilangan pertama, bilangan real yang paling dekat dengan 4 adalah 3,75 atau 4,25. Namun jika dilihat pada garis bilangan kedua, maka jawaban tersebut menjadi belum tepat karena masih terdapat bilangan 3,95 atau 4,05 yang lebih dekat dengan 4. Jika dilihat pada garis bilangan ketiga maka 3,99 maupun 4,01 adalah bilangan real yang paling dekat dengan 4. Namun sekali lagi jawaban itu juga belum tepat, karena masih ada bilangan real lain yang lebih dekat dengan 4. Jadi, apakah pengertian "dekat" pada permasalahan ini?



Pada garis bilangan tersebut, dapat dilihat bahwa terdapat bilangan real yang mendekati 4 dari kiri maupun dari kanan. Misal x adalah variabel yang dapat menggantikan bilangan-bilangan yang mendekati 4 tersebut, maka x disebut mendekati 4 (ditulis $x \rightarrow 4$). Jika x mendekati 4 dari kiri, maka ditulis $x \rightarrow 4^-$. Dan jika x mendekati 4 dari kanan ditulis $x \rightarrow 4^+$.

1.2. Pemahaman Intuitif Limit Fungsi

Perhatikan beberapa permasalahan berikut.

1. Tentukan nilai $f(x) = 2x - 3$ dengan $x \in \mathbb{R}$, jika $x = 4$!

Alternatif penyelesaian:

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(\square) = 2 \cdot \square - 3 = \square - 3 = \square$$

2. Tentukan nilai $f(x) = 2x - 3$ dengan $x \in \mathbb{R}$, jika nilai x mendekati 4!

Alternatif Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan permasalahan ini, kita akan menggunakan bantuan tabel berikut:

Nilai $f(x) = 2x - 3$ untuk x mendekati 4

x	3	3,5	3,9	3,999	...	4	...	4,001	4,1	4,5	5
$f(x)$	\square	\square	\square	\square	...	\square	...	\square	\square	\square	\square

Definisi Limit

Misalkan f sebuah fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dan misalkan L dan c anggota bilangan real, maka:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } f(x) \text{ mendekati } L \text{ untuk semua } x \text{ mendekati } c.$$

Jika dilihat dari tabel, terdapat tak berhingga bilangan real yang nilainya mendekati 4. Dari tabel, terlihat juga bahwa pada saat nilai x mendekati 4, maka nilai $f(x)$ baik yang didekati dari kiri maupun dari kanan nilainya mendekati 5.

Secara matematika, nilai fungsi $f(x) = 2x - 3$ pada saat x mendekati 4 adalah mendekati 5.

Catatan:

- $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ dibaca limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati c adalah L .
- Limit fungsi memiliki sifat:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x).$$