Lembar Kegiatan Peserta Didik

Rotasi (Perputaran) : Rotasi Titik Pada Bidang Kartesius

Matematika Wajib (A)
SMA Kelas XI

Penyusun : Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.

Nama Lengkap : No :

Kelas :





LIVEWORKSHEETS

Kompetensi Dasar

3.3 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.

4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan penerapan dalam transformasi (dan komposisi transformasi) geometris.

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.3.1 Menjelaskan pemakaian matriks pada transformasi geometri yakni rotasi dengan pusat O(0,0);

3.3.2 Mengidentifikasi matriks transformasi geometri rotasi dengan pusat O(0,0);

4.3.1 Menyelesaikan masalah berkaitan rotasi dengan pusat O(0,0) menggunakan matriks transformasi rotasi;

4.3.2 Menentukan bayangan titik hasil rotasi pusat O(0,0) dengan besar sudut rotasi yang beragam.

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran menggunakan Problem Based Learning (PBL) setelah berdiskusi dan menyelesaiakan LKPD dengan bimbingan guru, peserta didik diharapkan mampu 1) menjelaskan pemakaian matriks pada transformasi geometri yakni rotasi dengan pusat (0,0); 2) mengidentifikasi matriks transformasi geometri rotasi dengan pusat O(0,0); 3) menyelesaikan masalah berkaitan rotasi dengan pusat O(0,0) menggunakan matriks transformasi rotasi; 4) menentukan bayangan titik hasil rotasi pusat O(0,0) dengan besar sudut rotasi yang beragam dengan tepat, disiplin, tanggung jawab dan jujur sesuai dengan ajaran agama.

Petunjuk

Berdoalah sebelum mengerjakan LKPD ini. Isilah nama-nama anggota kelompokmu beserta nomor presensinya di halaman pertama. Jawablah setiap pertanyaan berikut dengan cara berdiskusi dengan teman sekelompokmu. Nyalakan speaker/headset untuk mendengarkan petunjuk yang menggunakan suara. Hasil kerja kelompok diupload di aplikasi google classroom. Jika ada permasalahan bisa ditanyakan dalam forum diskusi di google classroom.

LIVEWORKSHEETS

Review Pengetahuan Masa SMP

Saat SMP, Kalian pernah mempelajari rotasi baik itu dirotasikan dengan sudut berlawanan arah jarum jam maupun sudut yang searah jarum jam.

Cara menotasikan rotasi titik A dengan pusat rotasi di titik O(0,0) dan sudut rotasi sejauh α adalah :

$$A(x,y) \xrightarrow{R[O,\alpha]} A'(x',y')$$

A' adalah bayangan atau hasil rotasi titik A.

Gunakan aplet ini bila kamu sudah lupa mengenai cara menemukan hasil rotasi titik-titik L dan M berikut!

Buka aplet di sini



1. Lengkapilah pernyataan Rotasi berikut ini!

❖ 90° adalah sudut yang berlawanan arah jarum jam

$$L(2,1) \xrightarrow{R[O,90°]} L'(-1,2)$$

$$M(3,4) \xrightarrow{R[O,90°]} M'(-4,3)$$

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,90°]} K'(-y,x)$

❖ -90° adalah sudut yang . . .

$$L(2,1) \xrightarrow{R[O,-90°]} L'(\quad,\quad)$$

$$M(3,4) \xrightarrow{R[O,-90°]} M'(\quad,\quad)$$

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,-90°]} K'(\quad,\quad)$

❖ 180° adalah sudut yang . . .

$$L(2,1) \xrightarrow{R[O,180°]} L'(\quad,\quad)$$

$$M(3,4) \xrightarrow{R[O,180°]} M'(\quad,\quad)$$

LIVEWORKSHEETS

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,180°]} K'(\quad,\quad)$

- -180° adalah sudut yang . . .

$L(2,1) \xrightarrow{R[O,-180°]} L'(\quad,\quad)$

$M(3,4) \xrightarrow{R[O,-180°]} M'(\quad,\quad)$

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,-180°]} K'(\quad,\quad)$

- 270° adalah sudut yang . . .

$L(2,1) \xrightarrow{R[O,270°]} L'(\quad,\quad)$

$M(3,4) \xrightarrow{R[O,270°]} M'(\quad,\quad)$

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,270°]} K'(\quad,\quad)$

- -270° adalah sudut yang . . .

$L(2,1) \xrightarrow{R[O,-270°]} L'(\quad,\quad)$

$M(3,4) \xrightarrow{R[O,-270°]} M'(\quad,\quad)$

Pola yang terbentuk $K(x,y) \xrightarrow{R[O,270°]} K'(\quad,\quad)$

2. Pilihlah sifat-sifat dari rotasi (perputaran) yang sesuai!

Bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

Bangun yang diputar (rotasi) mengalami perubahan ukuran.

Bangun yang diputar (rotasi) mengalami perubahan bentuk.

Bangun yang diputar (rotasi) mengalami perubahan posisi.

Sekarang kamu sudah ingat kembali pola menentukan hasil rotasi suatu titik dengan pusat rotasi (0,0) untuk besar sudut rotasi pada sudut-sudut tertentu serta sifat-sifat rotasi.

LIVEWORKSHEETS

Review Pengetahuan Kelas X dan XI

1. Tentukan hasil perkalian matriks berikut!

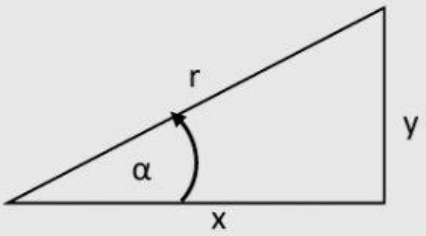
   a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{pmatrix}$

   $= \begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{pmatrix}$

   $= \begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

2. Perbandingan tigonometri pada segitiga siku-siku!



$\text{Sin}\,\alpha = \frac{\ldots}{\ldots} \Leftrightarrow y = \ldots$

$\text{Cos}\,\alpha = \frac{\ldots}{\ldots} \Leftrightarrow y = \ldots$

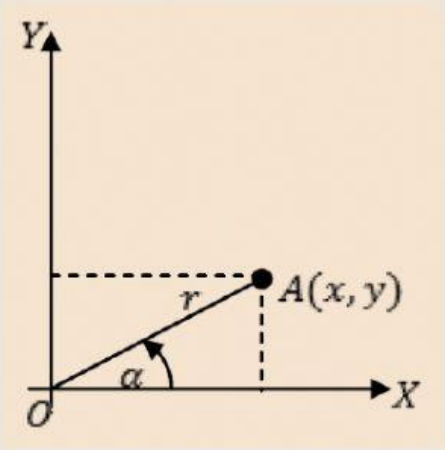
Sekarang kamu sudah ingat kembali nilai perbandingan trigonometri dan perkalian matriks.

Kali ini kalian akan mencoba menemukan matriks transformasi yang dapat membantu kalian dalam menentukan hasil rotasi dengan pusat O(0,0) dan besar sudutnya sembarang!



LIVEWORKSHEETS

Kegiatan Belajar 1

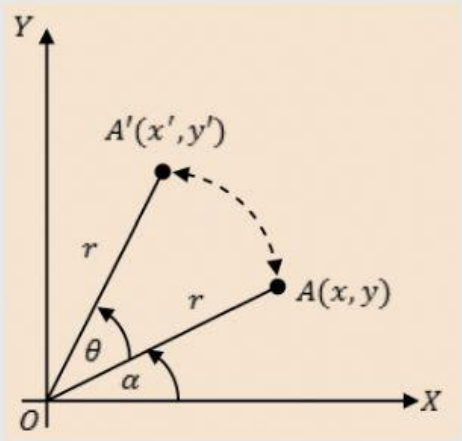


Terdapat titik A(x,y) yang memiliki jarak dengan titik pusat O(0,0) sepanjang r dan besar sudut yang terbentuk dengan sumbu X sebesar α.

Misalkan: OA = r

Maka: $x = \ldots$ $y = \ldots$

Titik A(x,y) diputar sebesar berlawanan arah jarum jam terhadap titik O(0,0) dan diperoleh titik A'(x',y').



Sementara itu, titik A'(x',y') diputar sejauh θ radian, diperoleh:

$x' = r\,\mathrm{Cos}(\alpha + \theta)$

$y' = r\,\mathrm{Sin}(\alpha + \theta)$

Berdasarkan kegiatan di atas, secara umum dapat dikatakan bahwa jika koordinat A(r Cosα, r Sinα) diputar sebesar sudut θ berlawanan arah jarum jam dan pusat O(0,0) sehingga posisi objek menjadi di koordinat titik A'(r Cos(α+θ), r Sin(α+θ)). Misalkan matriks rotasi adalah C = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

Sekarang coba kalian menentukan matriks transformasi tersebut dengan menggunakan konsep kesamaan matriks!



$$A(x,y) \xrightarrow{R[O,\alpha]} A'(x',y')$$

$$A(r\,\mathrm{Cos}\,\alpha, r\,\mathrm{Sin}\,\alpha) \xrightarrow{R[O,(\alpha+\theta)]} A'(\ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots\ldots)$$

Dengan perkalian matriks dan sifat trigonometri , maka :

$$\begin{pmatrix} r\,\mathrm{Cos}(\alpha+\theta) \\ r\,\mathrm{Cos}(\alpha+\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r\,\mathrm{Cos}\,\alpha \\ r\,\mathrm{Sin}\,\alpha \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} r\,\mathrm{Cos}(\alpha+\theta) \\ r\,\mathrm{Cos}(\alpha+\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{pmatrix}$$

Berdasarkan konsep kesamaan matriks, maka:

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

Ayo Menyimpulkan!

Dapat disimpulkan bahwa matriks rotasi terhadap suatu sudut tertentu dengan pusat O(0,0) adalah:

$$C = \begin{pmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{pmatrix}$$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks pencerminan terhadap sumbu-x adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS