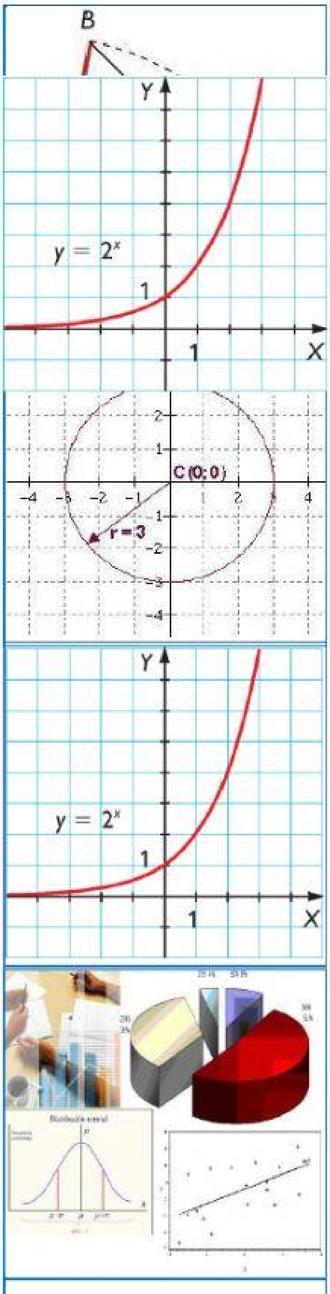


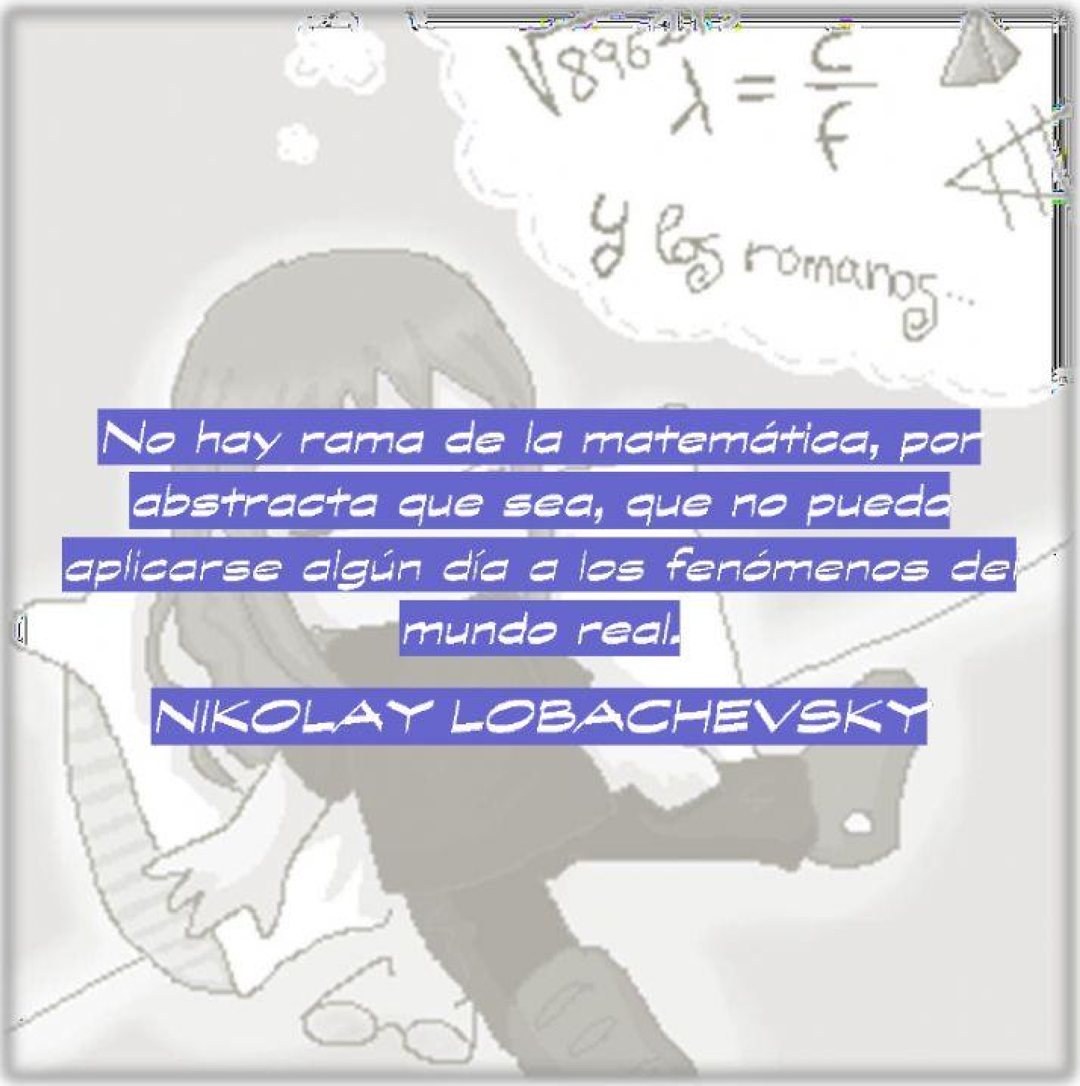
3º MEDIO 2022

CUADERNO DE APOYO

NÚMEROS

Simbología Matemática

$<$	ES MENOR QUE	$=$	ES IGUAL A
$>$	ES MAYOR QUE	$\neq$	ES DISTINTO DE
$\leq$	ES MENOR O IGUAL QUE	$\equiv$	ES EQUIVALENTE A
$\geq$	ES MAYOR O IGUAL QUE	$\sim$	ES SEMEJANTE A
$\perp$	ES PERPENDICULAR A	$\cong$	ES CONGRUENTE CON
$//$	ES PARALELO A	$\in$	PERTENECE A
$\measuredangle$	ÁNGULO	$\notin$	NO PERTENECE A
$\subset$	CONTENIDO EN	$\overline{AB}$	TRAZO AB
$\forall$	PARA TODO	$\exists$	EXISTE
$\Rightarrow$	IMPLICA	$\cup$	UNIÓN ENTRE CONJUNTOS
$\Leftrightarrow$	SI Y SOLO SI (DOBLE IMPLICANCIA)	$\cap$	INTERSECCIÓN ENTRE CONJUNTOS



No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real.

NIKOLAY LOBACHEVSKY

I.- NÚMEROS

APRENDIZAJES ESPERADOS ESPECÍFICOS
AE 01 Comprender que los números irracionales permiten resolver problemas que no tienen solución en los números racionales. **AE 02** Aproximar números irracionales por defecto, por exceso y por redondeo.
AE 03 Ordenar números irracionales y representarlos en la recta numérica. **AE 04** Conjeturar y verificar propiedades de los números irracionales.
AE 05 Comprender que los números reales corresponden a la unión de los números racionales e irracionales. **AE 06** Demostrar algunas propiedades de los números reales.
AE 07 Analizar la existencia de las raíces en el conjunto de los números reales.
AE 08 Utilizar relaciones entre las potencias y raíces para demostrar propiedades de las raíces.

NÚMEROS REALES

Números Racionales:

Como te habrás dado cuenta en los conjuntos anteriormente mencionados, tenemos el problema de que sus elementos se pueden "escapar" fácilmente de ellos, nos referimos a que basta que dos números Naturales se resten (4 - 5, por ejemplo), para obtener algún número negativo y entonces ya estaremos fuera de N, o para el caso de los enteros, basta que dos de ellos que no sean divisibles entre sí (-3 y 2, por ejemplo), se dividan y entonces ya no tendremos un numero entero.

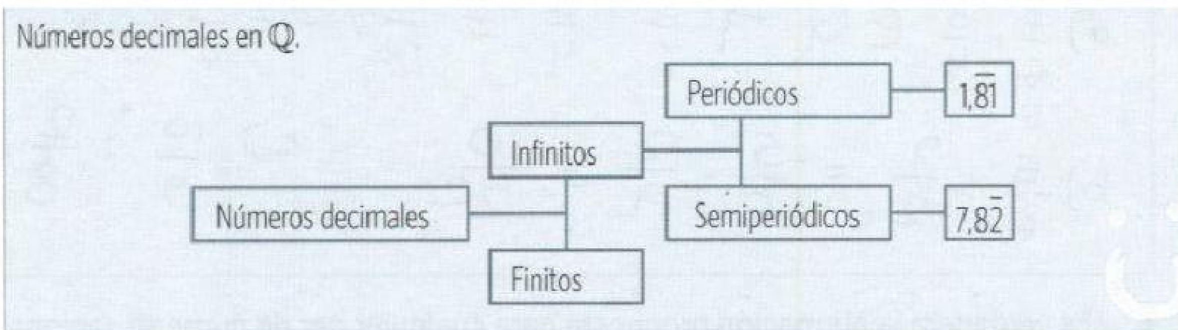
Para resolver este problema, existe el conjunto de los números Racionales, representados por el símbolo $\mathbb{Q}$ y que cumple que, para cada par de números racionales, la suma, resta, división y multiplicación (sin considerar al 0), es siempre un número de $\mathbb{Q}$, a este tipo de conjuntos se les conoce como Cuerpo. Lo podemos representar como:

$$\boxed{\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \;\middle|\; p, q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \right\}}$$

Algunos subconjuntos de Q son:

- Los números Naturales, ya que todo número natural n lo podemos escribir como $\mathbb{N}/1$.
- Los números Cardinales.
- Los números Enteros ya que todo número entero $\mathbb{Z}$ lo podemos escribir como $\mathbb{Z}/1$.
- etc.

… En Resumen…



Números Irracionales

Es el conjunto de todos los números que no pertenecen al mundo de los racionales, es decir no se pueden escribir como fracción ya que tienen infinitos decimales sin ninguna relación. Una forma de enunciar sus elementos es:

$$\boxed{\mathbb{I} = \{\, i \mid i \notin \mathbb{Q} \}}$$

Algunos elementos de este con $\pi, e, \sqrt{2}, etc\ldots$

Entre el conjunto de los números racionales y el de los irracionales no existe ningún elemento en común.
Además, NO es un cuerpo, ya que sus elementos al sumarse, restarse, multiplicarse, o dividirse pueden obtener un número racional, como, por ejemplo; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1,$

y 1 no es un número irracional.

Aproximación de Números irracionales

Aproximar un número a ciertas cifras decimales consiste en encontrar un número con las cifras pedidas que esté muy próximo al número dado.

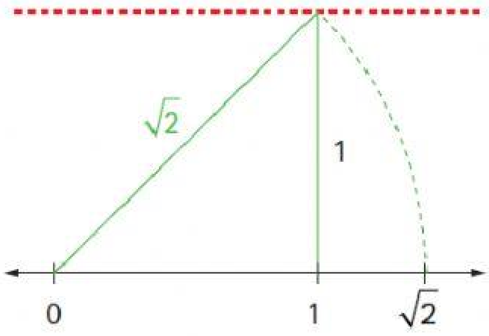
Aproximar por redondeo un número:
Consiste en dar la mejor de las aproximaciones, es decir, aquella con la que se comete un error menor.

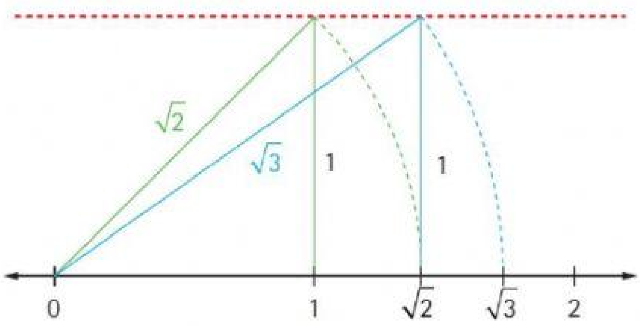
Error de una aproximación:
Es la diferencia, en valor absoluto, entre un número y su aproximación.

La cantidad de cifras decimales de una aproximación depende de la cantidad de cifras de los datos y también de la precisión requerida, según el contexto del problema.

IRRACIONALES EN LA RECTA NUMÉRICA

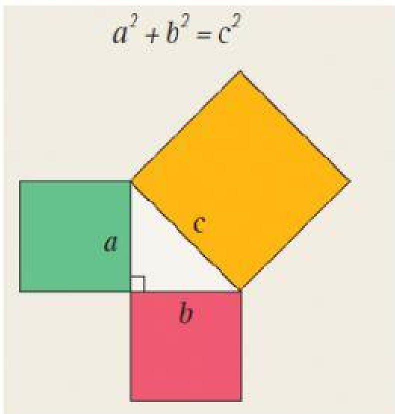
Los números Reales se pueden ubicar en la recta numérica, pero son un conjunto que no completa la recta numérica; es decir, que por más números decimales que usemos, siempre existirán "huecos" entre ellos. Estos huecos corresponden a los números irracionales, como $\sqrt{2}$, que completan la recta numérica. Para ello se puede usar el procedimiento de TEODORO DE CIRENE, maestro de Platón.





Teorema de Pitágoras

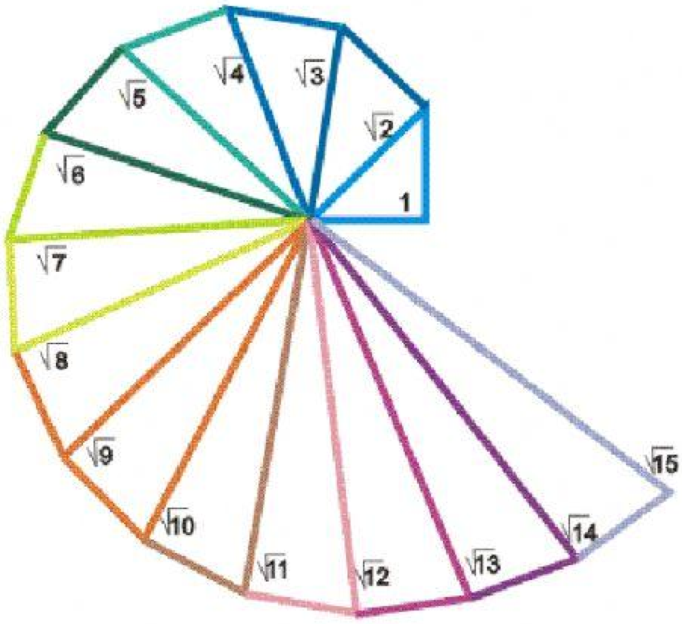
En todo triángulo rectángulo, la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos, es igual al área del cuadrado construido sobre su hipotenusa.



ACTIVIDAD 1

1.- Utilizando el método de Teodoro de Cirene (465-399 a. de C.) ubica en la recta numérica las siguientes raíces:
$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{16}, \sqrt{17}$

Para ello utiliza regla, compas, lápices de colores, una para cada raíz, papel milimetrado en el reverso de tu papel milimetrado, deberán ir los cálculos de como determinaste cada diagonal Para ello utiliza el teorema de Pitágoras.



Espiral de Teodoro de Cirene

Utilizando el teorema de Pitágoras podemos representar las raíces de los números naturales, formando una espiral conocida como *"Espiral de Teodoro"*

Uno de los catetos de cada uno de los triángulos rectángulos consecutivos que forman la espiral, mide la unidad, el otro es $\sqrt{n}$ y la hipotenusa es $\sqrt{n+1}$

Teodoro de Cirene (actualmente Shahhat en Libia) vivió en el siglo IV Ac. Fue maestro de Platón. Según su discípulo, fue el primero en demostrar que las raíces cuadradas de los nº naturales (no cuadrados) desde el 3 al 17, son números irracionales.