

MATEMÁTICA

V SECUNDARIA

Ficha 7: Poliedros regulares



DEFINICIÓN

Se llama poliedro regular al poliedro cuyas caras son todas polígonos regulares congruentes, comprobándose que en cada vértice concurren un número igual de aristas.

En todo poliedro regular sus ángulos diedros son congruentes, los mismos que sus ángulos poliedros.

Solo existen 5 poliedros regulares convexos.

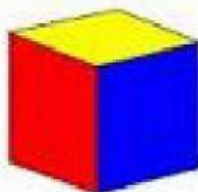
Poliedros regulares



Tetraedro



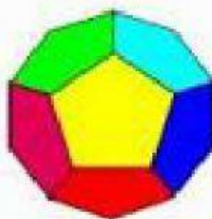
Octaedro



Cubo
(Hexaedro)



Icosaedro



Dodecaedro

Teorema de Euler:

En todo poliedro convexo, la suma del número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas aumentado en dos.

$$C + V = A + 2$$

C : número de caras

V : número de vértices

A : número de aristas



POLIEDRO	Forma cara	A	V	C
TETRAEDRO		6	4	4
HEXAEDRO		12	8	6
OCTAEDRO		12	6	8
DODECAEDRO		30	20	12
ICOSAEDRO		30	12	20

NOMBRE	Área de una Cara	Área Total	Apotema	Volumen
Tetraedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{12} \cdot \sqrt{6}$	$\frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$
Octaedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$2a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{6} \cdot \sqrt{6}$	$\frac{a^3}{3} \cdot \sqrt{2}$
Icosaedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$	$\frac{5a^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$
Hexaedro	a^2	$6a^2$	$\frac{a}{2}$	a^3
Dodecaedro	$\frac{5}{2}a^2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$	$15a^2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$	$\frac{5a^3}{2} \cdot \sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$

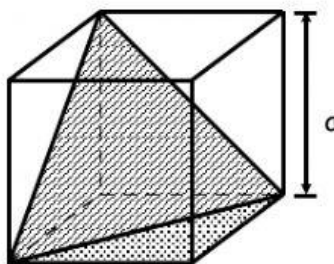


Problemas propuestos

1. Si la arista de un tetraedro regular es 3. Calcula su altura. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$
 a) 3 b) $3\sqrt{6}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
2. Si la arista de un tetraedro regular es $3\sqrt{2}$. Calcula su altura.
 a) $2\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2 e) 1
3. Calcula el área de un tetraedro regular cuya arista es $\sqrt{3}$.
 a) $\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{2}$
4. Calcula el área de un tetraedro regular cuya arista es $2\sqrt{3}$.
 a) 12 b) 2 c) 3 d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}$
5. Calcula el volumen de un tetraedro regular cuya arista es 6.
 a) 18 b) $18\sqrt{2}$ c) $18\sqrt{3}$ d) $9\sqrt{3}$ e) $4\sqrt{2}$
6. Calcula el volumen del tetraedro regular, sabiendo que su área es $18\sqrt{3} \text{ m}^2$.
 a) 3m^3 b) 9m^3 c) 12m^3 d) $9\sqrt{2} \text{ m}^3$ e) 1 m^3
7. Calcula el volumen de un tetraedro regular, sabiendo que su área total es $\sqrt{3}$.
 a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
8. Calcula el área total de un hexaedro regular cuya arista es 4.
 a) 48 b) 96 c) 36 d) 72 e) $96\sqrt{3}$
9. Calcula el volumen del hexaedro regular cuya arista es $4\sqrt{2}$.
 a) 128 b) $128\sqrt{2}$ c) $64\sqrt{2}$ d) $32\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{2}$
10. Calcula el área de un hexaedro regular cuya diagonal es $2\sqrt{3}$. $d = a\sqrt{3}$
 a) 64 b) 18 c) 36 d) 24 e) 17
11. Calcula la diagonal del cubo sabiendo que su área total es 18m^2 .
 a) 1m b) 2m c) 3m d) 4m e) 6m
12. Calcula la diagonal del cubo, si el área total es 30m^2 .
 a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{30}$ e) $\sqrt{15}$

13. Del gráfico, calcula el área de la región sombreada.

- a) a^2
- b) $a^2 \sqrt{3}$
- c) $2 a^2 \sqrt{3}$
- d) $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
- e) $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

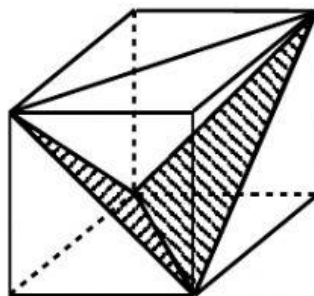


14. Calcula el área total del cubo mostrado, sabiendo que el área de la región sombreada es $18 \sqrt{3} \text{ m}^2$. (Ver figura del problema anterior).

- a) 3
- b) 6
- c) 36
- d) 144
- e) 216

15. Calcula el volumen del tetraedro regular inscrito en el cubo cuya arista es "a".

- a) $a^2 \sqrt{2}$
- b) $\frac{a^3}{3}$
- c) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$
- d) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$
- e) $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$



16. Calcula la altura de un tetraedro regular cuya arista es $\sqrt{2}$.

- a) $\frac{2}{3}$
- b) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
- c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

17. Calcula la diagonal de un cubo sabiendo que su arista es $2 \sqrt{3}$.

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) $6 \sqrt{3}$

18. Calcula el área total de un tetraedro regular sabiendo que su arista es $\sqrt{3}$.

- a) 3
- b) $3 \sqrt{3}$
- c) $\sqrt{6}$
- d) $2 \sqrt{3}$
- e) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

19. Calcula el área total del hexaedro regular cuya arista es $\sqrt{3}$.

- a) 2
- b) 1
- c) 3
- d) 6
- e) 18

20. Calcula el volumen de un tetraedro regular, cuya arista es 30m.
a) 2000 b) 2200 c) $2250\sqrt{2}$ d) $2250\sqrt{3}$ e) $450\sqrt{2}$

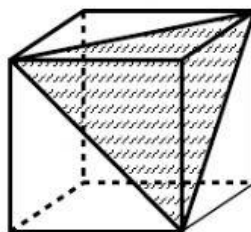
21. Calcula el volumen del hexaedro regular, si la arista es $4\sqrt{2}$
a) 64 b) $8\sqrt{2}$ c) $128\sqrt{2}$ d) $64\sqrt{2}$ e) $36\sqrt{2}$

22. Calcula el área de un tetraedro regular, cuya altura es $2\sqrt{6}$
a) 9 b) $9\sqrt{2}$ c) $18\sqrt{2}$ d) $36\sqrt{2}$ e) $36\sqrt{3}$

23. Calcula el volumen de un cubo. Sabiendo que su área total es 24.
a) 16 b) 8 c) 4 d) 2 e) 1

24. Del gráfico, calcula el volumen del cubo, si el área de la región sombreada es $8\sqrt{3}$ m².

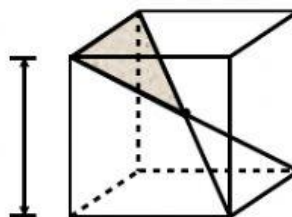
- a) 8 m^3
b) 16 m^3
c) 64 m^3
d) 128 m^3
e) $64\sqrt{3}\text{ m}^3$



25. Del gráfico, calcula la diagonal del cubo, sabiendo que el área total es 600 m^2
a) 10m b) $10\sqrt{2}$ c) $10\sqrt{3}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $6\sqrt{3}$

26. Calcula el área de la región sombreada.

- a) $a^2\sqrt{2}$
b) $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$
d) $a^2\sqrt{3}$
e) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$



27. Calcula el volumen del hexaedro regular, si el área de la región sombreada del problema anterior es $9\sqrt{2}$ m.
a) 225 m^3 b) 144 c) 316 d) 216 e) 200



28. Calcula el área de la región sombreada, si el volumen del cubo es 216m^3 .

- a) $6\sqrt{2}$
- b) $36\sqrt{2}$
- c) $9\sqrt{2}$
- d) $3\sqrt{2}$
- e) $\sqrt{2}$

