Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Kelas/Semester : XI/1

Materi pokok : Matriks

Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi
• Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	3.3.1 Menyusun matriks yang sesuai sebagai model dari masalah kontekstual 3.3.2 Menentukan unsur-unsur matriks 3.3.3 Membedakan jenis-jenis matriks 3.3.4 Mengidentifikasi kesamaan dua matriks 3.3.5 Menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan pada matriks 3.3.6 Menentukan hasil perkalian skalar dan perkalian pada matriks 3.3.7 Menentukan hasil hitung campuran pada matriks
• Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya	4.3.1 Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi penjumlahan dan pengurangan matriks 4.3.2 Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi perkalian skalar dan perkalian dua matriks 4.3.3 Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi hitung campuran pada matriks

Tujuan :

3.3.4.1. menentukan transpose matriks.

3.3.5.1. membedakan jenis jenis matriks.

3.3.6.1. menemukan kesamaan dua matriks.

3.3.7.1. menentukan hasil operasi matriks

3.3.8.1 menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi perkalian skalar dan perkalian dua matriks

3.3.9.1 menentukan determinan dan invers matriks



LIVEWORKSHEETS

MATRIKS

Pendahuluan

Matriks adalah susunan bilangan yang diatur menurut aturan baris dan kolom dalam suatu jajaran berbentuk persegi atau persegi panjang. Yang biasa diletakkan di dalam kurung biasa "( )" atau kurung siku "[ ]".

Biasanya matriks diberi nama dengan huruf kapital seperti A, B, C, dll.

Pada umumnya, bentuk umum matriks : $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$

a_{11} **=elemen matriks pada baris 1, kolom 1**

a_{12} **=elemen matriks pada baris 1, kolom 2**

a_{mn} **=elemen matriks pada baris km, kolom n**

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ **dll**

Dalam mempelajari matriks, kita harus mengetahui istilah-istilah yang ada ada matriks, beberapa diantaranya yaitu baris, kolom, dan ordo. Baris adalah letak yang mendatar atau ke samping, sedangkan kolom adalah letak yang vertikal atau dari atas ke bawah.

Contoh :

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 & 5 & 1 \\ 7 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Baris 1
Baris 2
Baris 3
Baris 4

Kolom 1
Kolom 2
Kolom 3
Kolom 4
Kolom 5

LIVEWORKSHEETS

Setiap matriks memiliki ukuran matriks yang disebut dengan ordo. Ordo matriks dinyatakan dalam mxn, dimana m adalah jumlah baris dan n adalah jumlah kolom. Jika matriks A memiliki m baris dan n kolon maka dapat ditulis $A_{mxn.}$ Contoh pada matriks D diatas memiliki 4 baris dan 5 kolom, sehingga dapat ditulis dengan $D_{4x5.}$

Masing-masing bilangan yang terdapat di dalam matriks disebut elemen matriks. Elemen-elemen matriks juga memiliki notasi. Jika matriks dinotasikan dengan huruf kapital, maka elemen-elemen matriks dinotasikan dengan huruf kecil dan diberi indeks yang menyatakan letak baris dan kolomnya yang dinotasikan dengan a_{ij} yang menyatakan elemen matriks A pada baris ke-i dan kolom ke-j.

Contoh :

$$D = \begin{bmatrix} \overset{d_{11}}{3} & 5 & 3 & 5 & \overset{d_{15}}{1} \\ 7 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & \underset{d_{43}}{4} & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Kita ambil contoh d_{11}, d_{15}, dan d_{43} seperti pada gambar.

d_{11} menyatakan elemen matriks D pada baris ke-1 kolom ke-1, nilainya adalah 3.

d_{15} menyatakan elemen matriks D pada baris ke-1 kolom ke-5, nilainya adalah 1.

d_{43} menyatakan elemen matriks D pada baris ke-4 kolom ke-3, nilainya adalah 4.

Kita juga dapat mengubah soal sistem persamaan kedalam bentuk matriks. Dimana entrinya disusun dari koefisien variabel pada suatu sistem persamaan linear. Ingat matriks dari suatu SPL $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ adalah $\begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$

Contoh : Rania membeli 4 buku tulis dan 3 pensil, ia membayar Rp19.500,00. Jika ia membeli 2 buku tulis dan 4 pensil, ia harus membayar Rp16.000,00. Tentukan harga sebuah buku tulis dan sebuah pensil

Dari soal tersebut dapat kita misalkan harga buku tulis x dan harga pensil y. Sehingga didapat sistem persamaan sebagai berikut :

$4x + 3y = 19.500$

$2x + 4y = 16.000$

Sehingga matriks koefisien sistem persamaan linear tersebut adalah $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

Untuk lebih memahami penjelasan diatas, kalian dapat membuka video berikut ini :

Sumber : https://youtu.be/aXLt0Z_uGfQ

Jika kalian sudah memahami materi diatas, kalian dapat memberikan pendapat kalian pada soal berikut ini :

$$J=\begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 & 5 \\ -5 & 7 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Elemen pada kolom ke-2 adalah...
Nilai j_{23} adalah...
Ordo matriks J adalah...

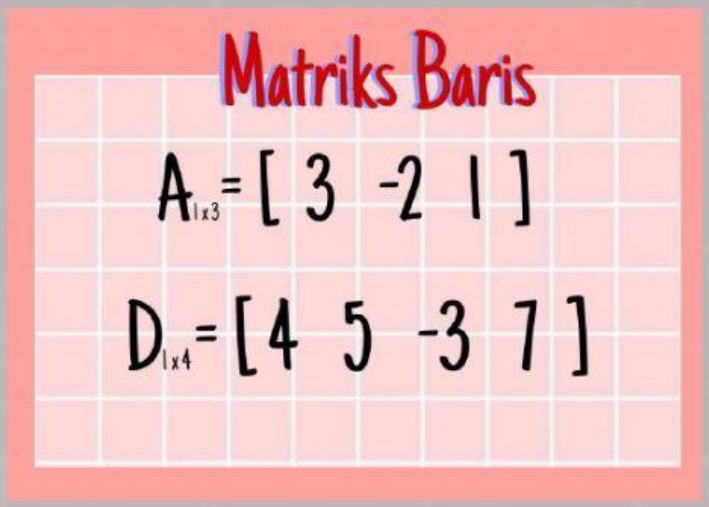
LIVEWORKSHEETS

Jenis-Jenis Matriks

a. **Matriks baris**

Matriks baris adalah matriks yang terdiri atas satu baris saja. Biasanya, ordo matriks seperti ini adalah 1 × n, dengan n banyak kolom pada matriks tersebut.

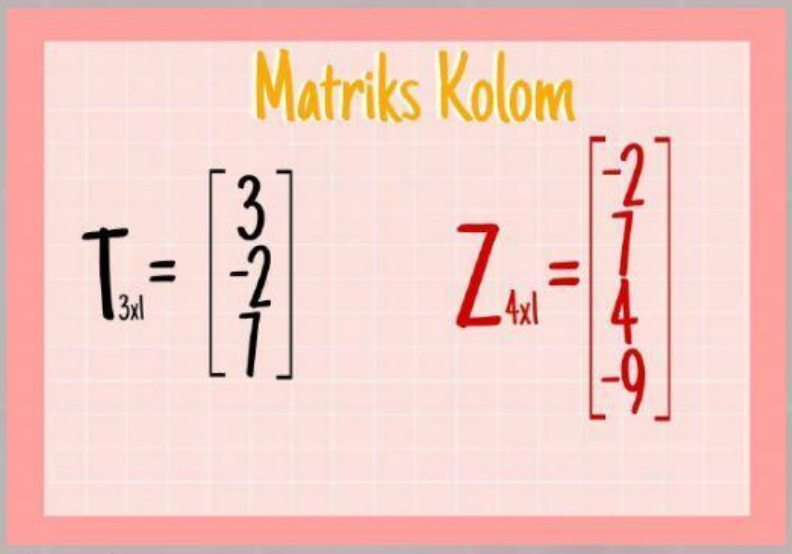
Contoh :



b. **Matriks kolom**

Matriks kolom adalah matriks yang terdiri atas satu kolom saja. Matriks kolom dengan ordo m × 1, dengan m banyak baris pada matriks tersebut.

Contoh :



c. **Matriks persegi panjang**

Matriks persegi panjang adalah matriks yang banyak barisnya tidak sama dengan banyak kolomnya. Matriks seperti ini memiliki ordo m × n.

Contoh :

LIVEWORKSHEETS

Matriks Persegi panjang

$$J_{2x3} = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ -3 & 10 & 7 \end{bmatrix}$$

$$S_{3x2} = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 9 & 13 \\ -7 & -5 \end{bmatrix}$$

d. **Matriks persegi**

Matriks persegi adalah suatu matriks yang memiliki jumlah baris dan kolom sama. Itu tandanya, m=n. Karena jumlah baris dan kolomnya sama, maka ordo matriksnya bisa kita tulis menjadi n x n, atau matriks ordo n.

Contoh :

Matriks Persegi

$$H_{2x2} = \begin{bmatrix} 20 & 15 \\ 21 & 23 \end{bmatrix}$$

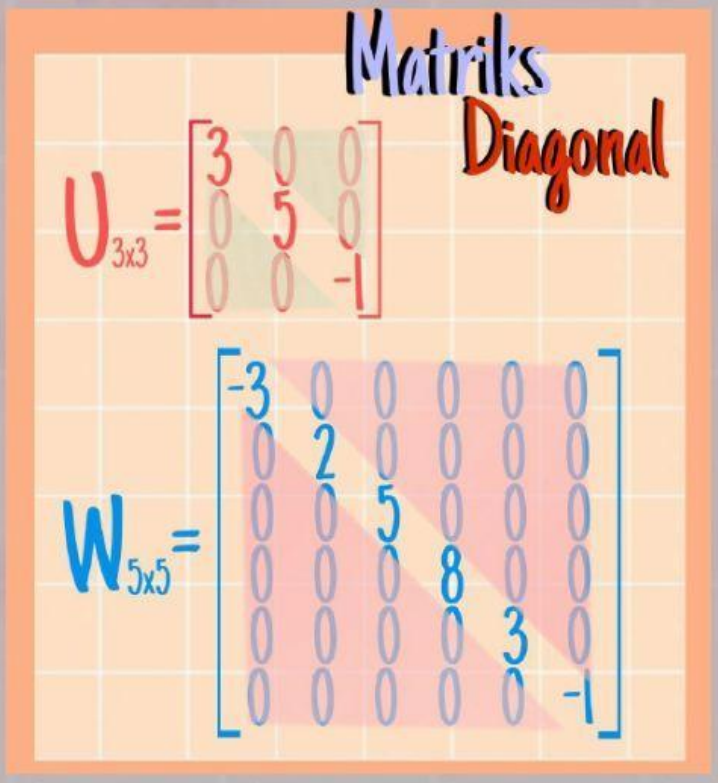
$$P_{3x3} = \begin{bmatrix} 6 & 9 & -2 \\ 1 & -7 & 3 \\ 10 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

e. **Matriks diagonal**

Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen-elemen selain diagonal utamanya bernilai nol.

LIVEWORKSHEETS

Contoh :

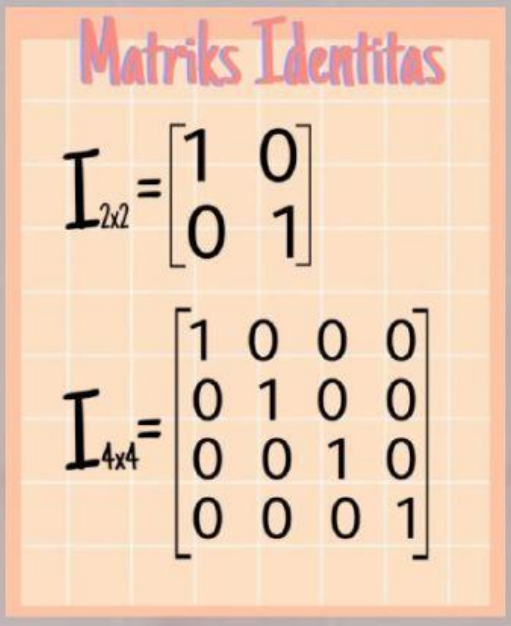


Dapat kalian amati bahwa selain elemen diagonal bernilai nol. Matriks ini hanya berlaku untuk matriks yang ber-ordo sama ataumatriks persegi

f. Matriks identitas

Matriks identitas adalah matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya bernilai satu, sedangkan elemen lainnya bernilai nol. Umumnya, matriks identitas dinotasikan dengan I disertai dengan ordonya.

Contoh :



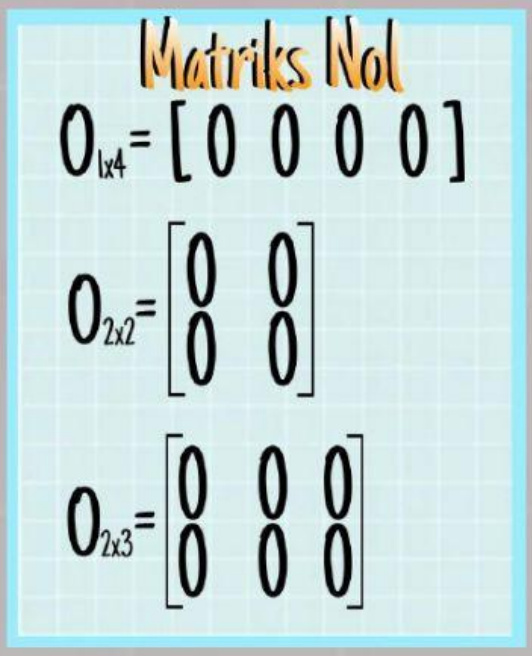
LIVEWORKSHEETS

Dapat kalian amati, seluruh elemen diagonal bernilai 1, dan elemen lainnya bernilai nol. Matriks ini hanya berlaku untuk matriks yang berordo sama atau matriks persegi.

g. Matriks Nol

Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya bernilai nol. Matriks nol biasanya dinotasikan dengan huruf O disertai ordonya

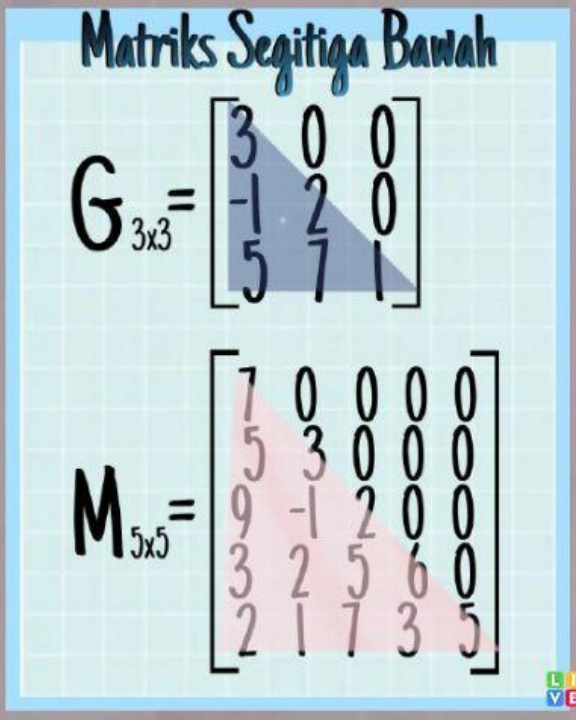
Contoh :



h. Matriks segitiga

- Matriks segitiga bawah (lower triangular matrix, L) adalah matriks diagonal dimana elemen disebelah kiri (bawah) diagonal utama ada yang bernilai tidak sama dengan nol.

Contoh :

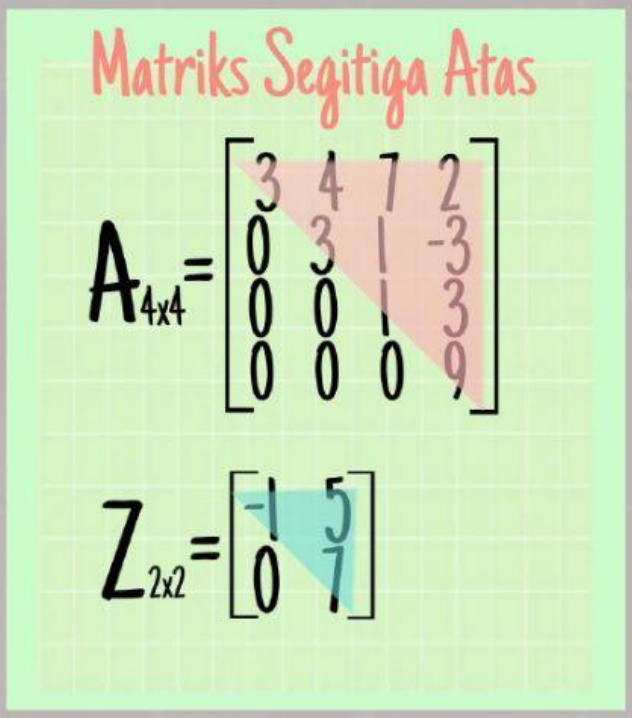


LIVEWORKSHEETS

Dapat kalian lihat, bahwa elemen dibawah matriks diagonal dapat membentuk segitiga yang bernilai tidak samadengan nol. Selain elemen tersebut maka bernilai nol.

- Matriks segitiga atas (upper triangular matrix, U) adalah matriks diagonal dimana elemen sebelah kanan (atas) diagonal utama ada yang bernilai tidak sama dengan nol.

  Contoh :



Dapat kalian lihat, bahwa elemen dibawah matriks diagonal dapat membentuk segitiga yang bernilai tidak samadengan nol. Selain elemen tersebut maka bernilai nol

Agar lebih memahami tentang jenis jenis matriks, kalian dapat melihat video berikut ini :

Sumber : https://youtu.be/XiWVsiL_uzg

LIVEWORKSHEETS