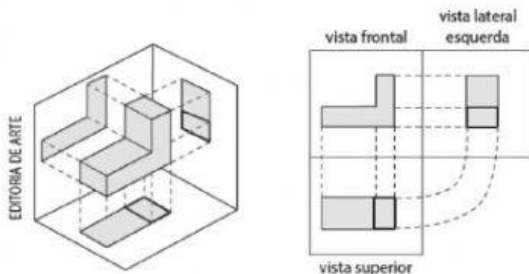


Projeção ortogonal

Na abertura deste Capítulo, vimos algumas ideias do desenho técnico. Uma delas é a projeção, que consiste em projetar as vistas de um objeto em planos. As mais comuns são as vistas frontal, superior e lateral.

Veja abaixo um exemplo de uma peça e suas vistas.



Essa projeção é chamada de projeção ortogonal, pois é feita perpendicularmente ao plano de projeção, e as vistas são chamadas de **ortográficas**. Ela é muito utilizada nos projetos de fabricação de peças industriais.

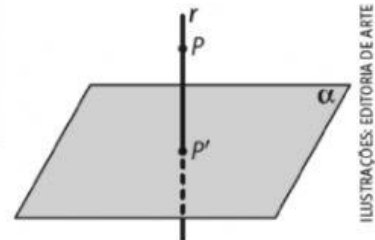
Veremos a seguir o conceito de projeção ortogonal relativa a um ponto, a uma reta e a uma figura qualquer, que são a base para a execução dos projetos.

Projeção ortogonal de um ponto sobre um plano

Consideremos um ponto P e um plano α , $P \notin \alpha$.

Pelo ponto P , tracemos a reta r perpendicular ao plano α . Pela propriedade **1**, essa reta é única e intersecta α no ponto P' .

A projeção ortogonal de um ponto P sobre um plano α é o ponto P' , $P' \in \alpha$, de modo que $\overline{PP'} \perp \alpha$. Se $P \in \alpha$, definimos $P' \equiv P$.

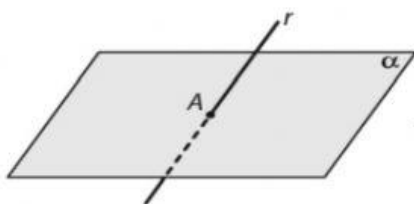


Projeção ortogonal de uma reta sobre um plano

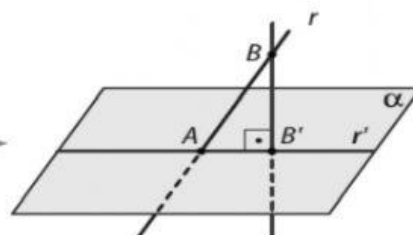
A projeção ortogonal de uma reta r sobre um plano α é a figura obtida pelas projeções ortogonais, sobre α , de todos os pontos de r .

Consideremos, primeiramente, o caso em que a reta r é oblíqua a um plano α e que intersecta o plano no ponto A , conforme mostra a figura **1**.

Tomando outro ponto, B de r , determinamos o ponto B' , que é a projeção ortogonal de B sobre o plano α (figura **2**).



■ Figura 1

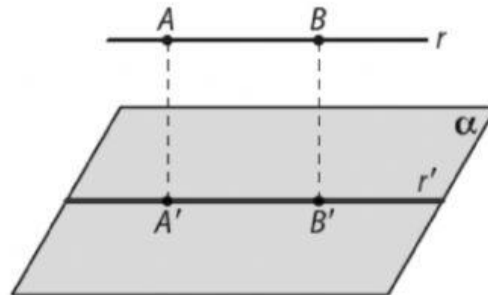


■ Figura 2

Pelo postulado R_2 , obtemos, então, a reta r' , determinada pelos pontos A e B' , e que é a projeção ortogonal da reta r sobre o plano α .

Vejamos, agora, casos em que a reta r não é oblíqua ao plano α .

- Se r é paralela a α , então r' é uma reta no plano α paralela a r .



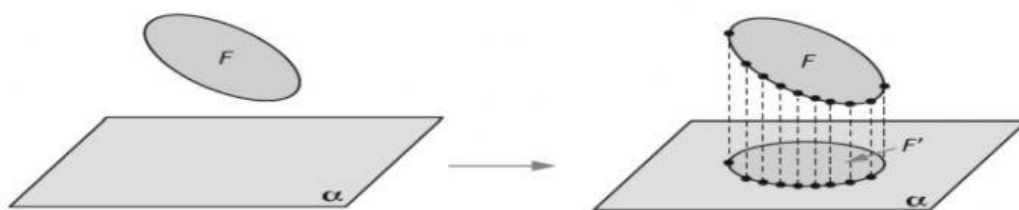
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

- A' : projeção ortogonal de A sobre α .
- B' : projeção ortogonal de B sobre α .

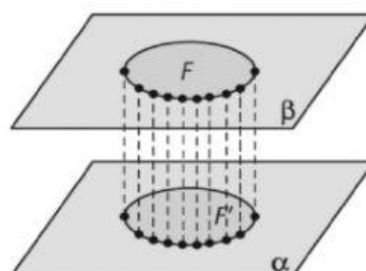
- Se r está contida em α , então r' coincide com r .
- Se r é perpendicular a α , então a projeção ortogonal de r sobre α é o ponto em que a reta r intersecta o plano α .

Projeção ortogonal de uma figura sobre um plano

A projeção ortogonal de uma figura F sobre um plano α é a figura F' obtida pelas projeções ortogonais de todos os pontos de F sobre α .



Se a figura F está contida em um plano β paralelo ao plano α , então F' é congruente a F .



> ATIVIDADE RESOLVIDA

01. Mostre que a projeção ortogonal de um segmento de reta oblíquo a um plano, sobre esse plano, é menor do que o segmento.

Resolução

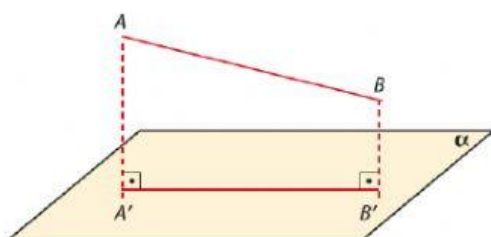
Para demonstrar esse resultado, vamos primeiro identificar quem são a hipótese e a tese.

Hipótese

$\overline{AB}$ oblíquo a α
 $\overline{A'B'}$ é a projeção ortogonal de $\overline{AB}$ sobre α

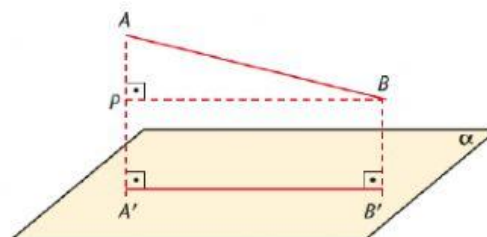
Tese

$A'B' < AB$



Primeiramente, vamos considerar o caso em que $A \notin \alpha$ e $B \notin \alpha$.

Trazemos um segmento paralelo ao segmento $\overline{A'B'}$ passando por B e que intersecta o segmento $\overline{AA'}$ no ponto P .

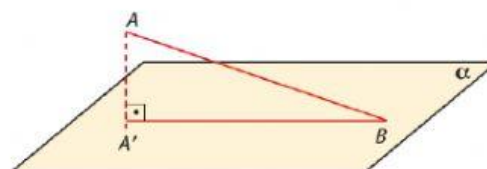


Por construção, $A'B'BP$ é um retângulo e, portanto, $\overline{A'B'} \equiv \overline{PB}$.

Também por construção, $\triangle ABP$ é retângulo em $\hat{P}$. Então, $PB < AB$, pois $\overline{AB}$ é a hipotenusa desse triângulo.

Portanto, de $\overline{A'B'} \equiv \overline{PB}$ e $PB < AB$, concluímos que $A'B' < AB$.

Agora, vamos considerar o caso em que $A \notin \alpha$ e $B \in \alpha$. (o caso $A \in \alpha$ e $B \notin \alpha$ é análogo)



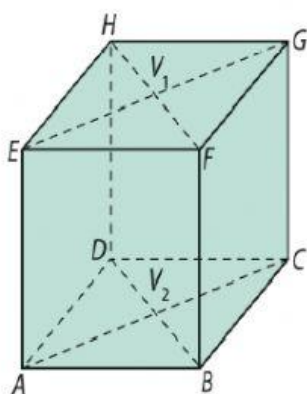
Nesse caso, $\triangle ABA'$ é retângulo em $\hat{A'}$.

Então $A'B < AB$, pois $\overline{AB}$ é a hipotenusa desse triângulo. Como $B \in \alpha$, $B' \equiv B$.

Portanto, $A'B' < AB$.

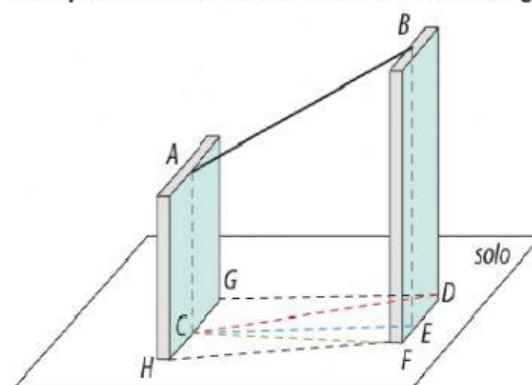
Exercícios

01. Observando o cubo da figura, responda.



- Qual é a projeção ortogonal do ponto G sobre o plano ABC ?
- Qual é a projeção ortogonal do ponto A sobre o plano BCF ?
- Qual é a projeção ortogonal do ponto V_1 sobre o plano ABC ?

02. (UEA-AM) Uma haste de metal foi presa entre dois muros, ambos perpendiculares ao solo, nos pontos A e B , conforme mostra a figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

A projeção ortogonal dessa haste, no solo, é representada na figura pelo segmento

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $\overline{HF}$ | d) $\overline{CE}$ |
| b) $\overline{GD}$ | e) $\overline{CF}$ |
| c) $\overline{CD}$ | |