

ESCOLA:	
PROFESSOR(A): Josicleyton da Silva Lima	
ALUNO(A):	
ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática e suas tecnologias	TURMA: 9º ano
COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	
TURNO: Vespertino	DATA: ____ / ____ / 2021

Equação do 2º grau (Resolvendo problemas)

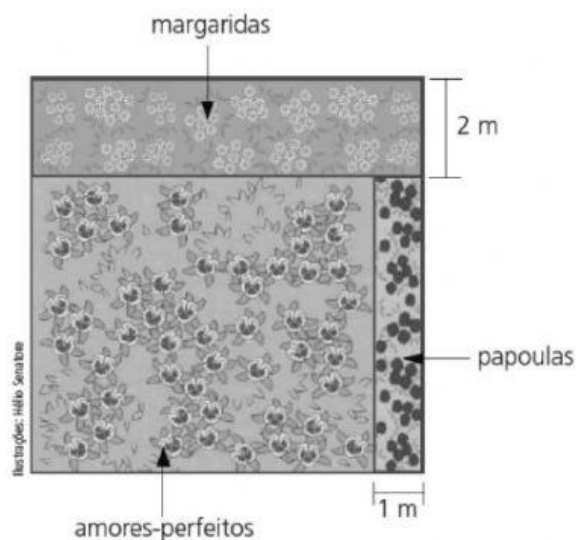
Muitas situações e problemas podem ser resolvidos por meio de equações do 2º grau. Acompanhe alguns exemplos.

1. Um jardim, com a forma de um quadrado, foi dividido em três canteiros.

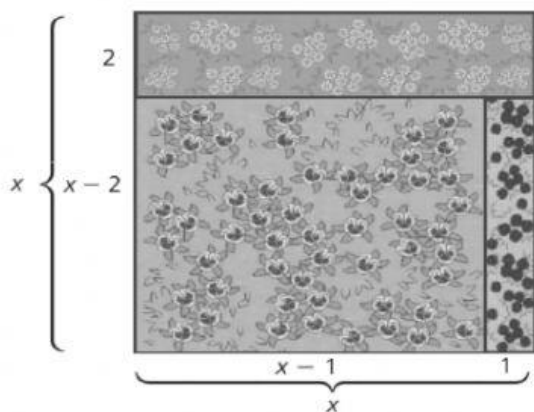
Nesses canteiros serão plantadas margaridas, papoulas e amores-perfeitos, conforme a ilustração ao lado.

O canteiro de amores-perfeitos ocupa uma área de 42 m^2 .

Qual é a medida do lado do jardim?



Representando a medida do lado do jardim por x , faremos um novo desenho:



A área do canteiro de amores-perfeitos é:

$$A = (x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$$

Igualando a área a 42, obtemos a equação do 2º grau:

$$x^2 - 3x + 2 = 42$$

Organizando seus termos:

$$x^2 - 3x + 2 - 42 = 0$$

$$\mathbf{x^2 - 3x - 40 = 0}$$

$$a = 1; b = -3 \text{ e } c = -40$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)$$

$$\Delta = 9 + 160 = 169$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{169}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{3 + 13}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{3 - 13}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

Como a medida do lado do jardim não pode ser negativa, consideraremos somente a solução

$x = 8$.

Portanto, o lado do jardim mede 8 m.

2. Um grupo de amigos organizou uma festa para comemorar o Natal. Como presente, todos escreveram e deram um belo cartão para cada participante da festa. Os cartões foram pendurados na árvore de Natal. Se na árvore havia 156 cartões, quantas pessoas participaram da festa?



Se imaginarmos que o grupo tinha 5 pessoas, cada pessoa deu 4 cartões: 1 para cada participante, menos para ele mesmo, é claro!

Nesse caso, teríamos 20 cartões pendurados na árvore: $5 \cdot 4 = 20$

O número de cartões na árvore é 156. Representando o número de pessoas por x , podemos escrever uma equação para representar o problema: $x(x - 1) = 156$

A solução deste problema é um número natural, pois x representa o número de pessoas.

Como x e $x - 1$ são números consecutivos, podemos resolver o problema por tentativas, procurando dois números consecutivos que multiplicados resultam em 156:

...	10	11	12	13
	$\times 9$	$\times 10$	$\times 11$	$\times 12$
	90	110	132	156

A partir do quadro, podemos concluir que o número de pessoas é 13.

Outro caminho é resolver a equação obtida usando a fórmula geral:

$$x(x - 1) = 156$$

$$x^2 - x = 156$$

$$x^2 - x - 156 = 0$$

$$a = 1; b = -1 \text{ e } c = -156$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-156) = 625$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{625}}{2}$$

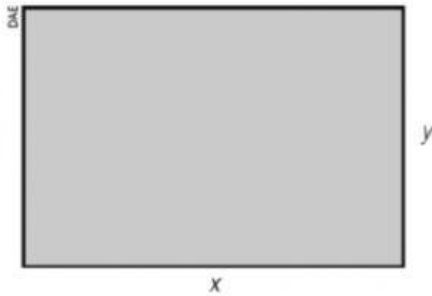
$$x_1 = \frac{26}{2} = 13 \text{ e } x_2 = \frac{-24}{2} = -12$$

Há problemas em que pensar numa solução como a sugerida acima pode ser difícil ou trabalhoso demais. Nesses casos, representar e resolver o problema por meio de uma equação é uma boa opção.



Como o número de pessoas não pode ser negativo, desconsideramos a solução $x = -12$ e concluímos que 13 pessoas participaram da festa.

3. O retângulo representado abaixo tem 26 cm de perímetro e 40 cm² de área. Quais são as medidas de seus lados?



Epá! Temos duas incógnitas: x e y.



Sem problema! Vamos escrever equações para representar as informações do problema.



Como o perímetro é de 26 cm, temos que:

$$x + x + y + y = 26, \text{ ou}$$

$$2x + 2y = 26, \text{ ou ainda, dividindo ambos os membros da equação por 2:}$$

- $x + y = 13$

A área é de 40 cm², isto é:

- $x \cdot y = 40$

Temos um sistema de equações nas incógnitas x e y. Vamos resolvê-lo:

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x \cdot y = 40 \end{cases}$$

Se $x + y = 13$, então $y = 13 - x$.

Substituiremos y por $13 - x$ na segunda equação:

$$x \cdot y = 40$$

$$x(13 - x) = 40$$

$$13x - x^2 = 40$$

Organizando a equação:

$$-x^2 + 13x - 40 = 0$$

$$a = -1; b = 13 \text{ e } c = -40$$

$$\Delta = 13^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-40)$$

$$\Delta = 169 - 160 = 9$$

$$x = \frac{-13 \pm 3}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-13 + 3}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-13 - 3}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Falta determinar y.

$$y = 13 - x$$

Para $x = 5 \longrightarrow y = 13 - 5 = 8$

Para $x = 8 \longrightarrow y = 13 - 8 = 5$

As soluções do sistema são $x = 5$ e $y = 8$, ou $x = 8$ e $y = 5$.

Em ambos os casos, os lados do retângulo medem 5 cm e 8 cm.

Quais são os dois números que somados resultam em 13 e multiplicados resultam em 40? Se você descobriu, confira com a solução do sistema de equações que resolvemos ao lado. Sempre que possível, exercite o raciocínio e utilize o cálculo mental para resolver problemas!

Exercícios

01. O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

02. Perguntada sobre sua idade, Juliana respondeu:

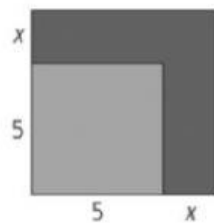


Qual é a idade de Juliana?

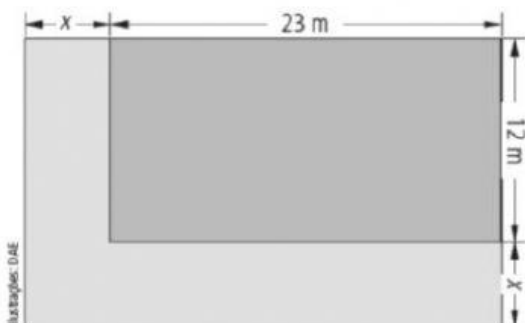
03. (Unicamp-SP) Ache dois números inteiros positivos e consecutivos sabendo que a soma de seus quadrados é 481.

04. A área de um retângulo é de 84 m^2 . A medida do comprimento supera em 5 m a medida da largura. Quais são as dimensões desse retângulo?

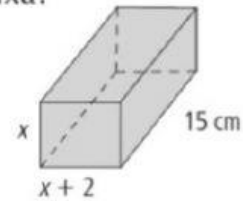
05. Se um quadrado de lado 5 cm tiver seu lado aumentado de x , passará a ter uma área de 49 cm^2 . Quanto vale x ?



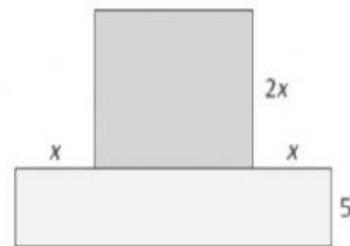
06. Um estacionamento retangular tem 23 m de comprimento por 12 m de largura. O proprietário deseja aumentar a área para 476 m^2 , acrescentando duas faixas laterais de mesma largura. Qual deve ser a medida da largura da faixa acrescida?



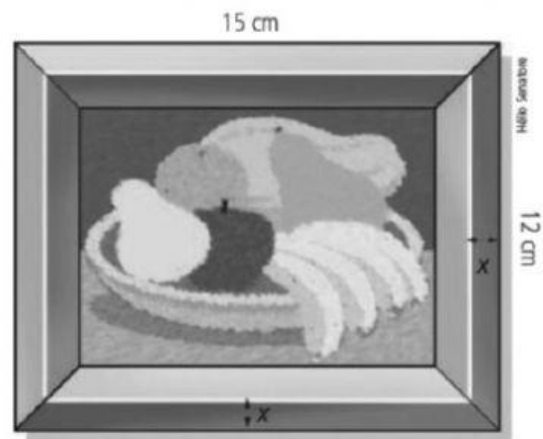
07. Uma caixa na forma de um bloco retangular tem 1200 cm^3 de volume. Quais são as dimensões da caixa?



08. Para que valor de x a área do quadrado é igual à área do retângulo?



09. Um quadro tem forma retangular de dimensões externas $12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$. A moldura tem largura x uniforme, e a área da região interna à moldura é 88 cm^2 . Qual é a largura da moldura?



10. A soma das idades de dois irmãos é 12 anos, e o produto delas é 35. Calcule essas idades.

11. Quais são as dimensões de um terreno retangular que tem 70 m de perímetro e 250 m^2 de área?