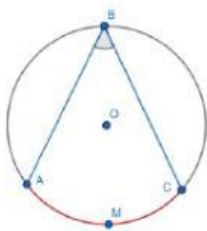


Теорема о вписанном угле

Угол вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность называется **вписанным углом**



$\angle$ – вписанный угол

$\cup AMC$ - дуга, расположенная внутри $\angle$

Можно сказать, что $\angle ABC$ опирается на $\cup AMC$

Докажем теорему о вписанном угле

Теорема

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается

Дано: окружность O ,

т. $A, B, C \in \text{окр. } O$,

$\angle$ – вписанный угол, который опирается на $\cup AC$

Доказать, что $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$

Доказательство:

Рассмотрим возможных случаи расположения луча BO относительно угла ABC

1) Луч BO совпадает с одной из сторон $\angle ABC$, например, со стороной BC

В этом случае $\cup AC$ – полуокружности, поэтому центральный угол $\angle AOC = \cup AC$.

$\angle AOC$ – центральный угол, значит

$$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2$$

$\triangle AOB$ – равнобедренный (так как $OA=OB$ как радиусы окр. O), следовательно

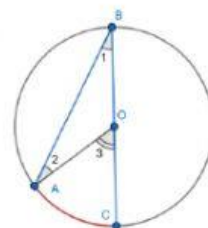
$$\angle 1 = \angle 2 = \angle ABC$$

$$\angle AOC = \angle ABC + \angle ABC$$

$$\angle AOC = 2\angle ABC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC, \text{ ч.т.д.}$$



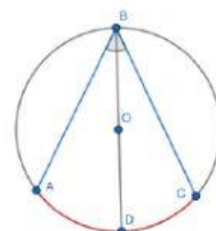
2) Луч BO делит $\angle ABC$ на два угла.

В этом случае луч BO пересекает $\cup AC$ в некоторой точке D . Точка D делит $\cup AC$ на две дуги $\cup AD$ и $\cup DC$. Из доказанного первого случая следует:

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD; \angle DBC = \frac{1}{2} \cup DC$$

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = \frac{1}{2} \cup AD + \frac{1}{2} \cup DC = \frac{1}{2} (\cup AD + \cup DC) = \frac{1}{2} \cup AC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC, \text{ ч.т.д.}$$



3) Луч BO не делит $\angle ABC$ на два угла и не совпадает со стороной этого угла

$$\angle ABC = \angle ABD - \angle CBD = \frac{1}{2} \cup AD - \frac{1}{2} \cup DC = \frac{1}{2} (\cup AD - \cup DC) = \frac{1}{2} \cup AC, \text{ ч.т.д.}$$

