

Az egyenes normálvektoros egyenlete

Emlékeztető:

Az $\underline{n}(A; B)$ normálvektorú $P_0(x_0; y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenlete (röviden normálvektoros egyenlet): $Ax + By = Ax_0 + By_0$.

Egyenlet felírása

1. *példa: Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(3; 4)$ ponton és merőleges a $(3; 1)$ vektorra!*

Megoldás lépései:

(1) **Milyen vektor adott?** Az egyenesre **MERŐLEGES**, így **NORMÁLVEKTOR** az egyeneshez, a jelölések szerint:

$\underline{n}(3; 1)$, ahonnan $A = 3$ és $B = 1$

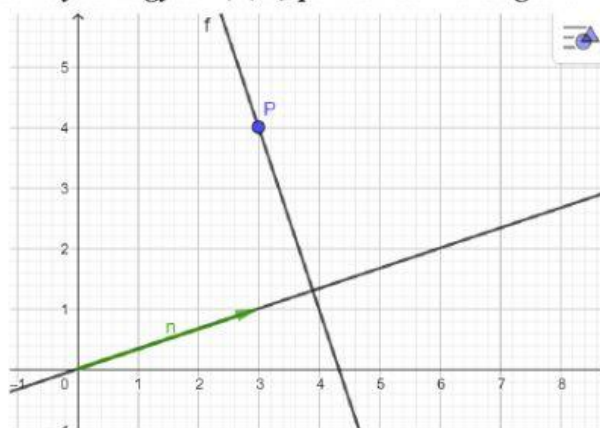
(2) **Milyen pont adott?** $P_0 = P(3; 4)$, a jelölések szerint $x_0 = 3$ és $y_0 = 4$

(3) **Helyettesítsünk be a normálvektoros egyenletbe:** $Ax + By = Ax_0 + By_0$ (x és y helyébe **NEM** helyettesítünk semmit!), így

$$3 \cdot x + 1 \cdot y = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4$$

számításokat elvégezve: $3x + y = 9 + 4$

tovább rendezve: $3x + y = 13$



Feladatok az 1. példa alapján:

Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely

- átmegy a $P(4; 5)$ ponton és merőleges a $(8; 3)$ vektorra!
- átmegy a $P(-1; 7)$ ponton és merőleges a $(2; 5)$ vektorra!
- átmegy a $P(6; -2)$ ponton és merőleges a $(-3; 4)$ vektorra!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

a) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$

adott pont: $P_0 = P(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x + \cdot y = \cdot + \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x + \cdot y = \quad + \quad$

kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x + \cdot y = \quad$

b) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$

adott pont: $P_0 = P(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x + \cdot y = \cdot + \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x + \cdot y = \quad + \quad$

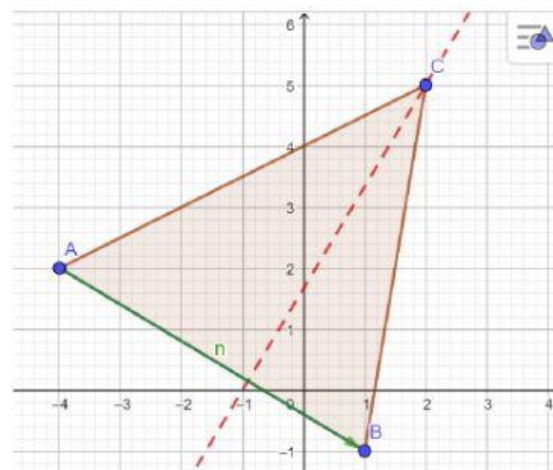
kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x + \cdot y = \quad$

- c) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$
 adott pont: $P_0 = P(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad$

2. példa: Adott egy háromszög 3 csúcsa: $A(-4; 2)$, $B(1; -1)$ és $C(2; 5)$. Írjuk fel a háromszög **C csúcsából húzható magasságának az egyenletét!**

Megoldás lépései:

- (1) **Milyen vektort használjunk?** Az $\overrightarrow{AB}$ vektor merőleges a magasságra, így
 $\underline{n} = \overrightarrow{AB} = (5; -3)$, tehát $A = 5$ és $B = -3$
 (2) **Milyen pont adott?** Amiből indul a magasság:
 $P_0 = C(2; 5)$, a jelölések szerint
 $x_0 = 2$ és $y_0 = 5$
 (3) **Helyettesítsünk be az normálvektoros egyenletbe:**
 $Ax + By = Ax_0 + By_0$
 (x és y helyébe NEM helyettesítünk semmit!), így
 $5 \cdot x + (-3) \cdot y = 5 \cdot 2 + (-3) \cdot 5$
 számításokat elvégezve: $5x + (-3)y = 10 + (-15)$
 tovább rendezve: $5x - 3y = -5$



Feladatok a 2. példa alapján:

Írd fel a 2. példában szereplő háromszög

- a) A csúcsából induló b) B csúcsából induló magasságának egyenletét!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

- a) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$
 adott pont: $P_0 = (\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad$
- b) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$
 adott pont: $P_0 = (\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad + \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x + \quad \cdot y = \quad$

3. példa: Adott egy háromszög 3 csúcsa: $A(-4; 2)$, $B(1; -1)$ és $C(2; 5)$. Írjuk fel a háromszög **AB** oldala felezőmerőlegesének az egyenletét!

Megoldás lépései:

- (1) **Milyen vektort használunk?** Az $\vec{AB}$ oldalvektor merőleges a felezőmerőlegesre, így

$$\underline{n} = \vec{AB} = (5; -3),$$

tehát $A = 5$ és $B = -3$

- (2) **Milyen pont adott?** Az AB oldal felezőpontján megy át, ezt számítani kell: $P_0 = F_{AB}(-1,5; 0,5)$, a jelölések szerint $x_0 = -1,5$ és $y_0 = 0,5$

- (3) **Helyettesítsünk be az normálvektoros egyenletbe:**

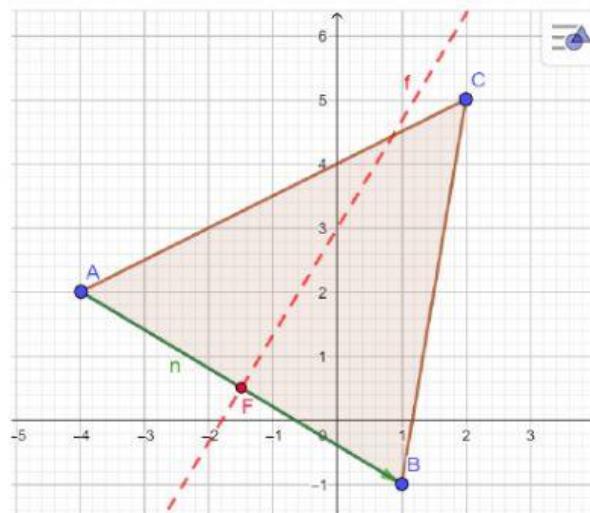
$$Ax + By = Ax_0 + By_0$$

(x és y helyébe NEM helyettesítünk semmit!), így

$$5 \cdot x + (-3) \cdot y = 5 \cdot (-1,5) + (-3) \cdot 0,5$$

$$\text{számításokat elvégezve: } 5x + (-3)y = 7,5 + (-1,5)$$

$$\text{tovább rendezve: } 5x - 3y = 6$$



Feladatok a 3. példa alapján:

Írd fel a 3. példában szereplő háromszög

a) BC oldal felezőmerőlegesének,

b) CA oldal felezőmerőlegesének az egyenletét!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

a) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$

adott pont: $P_0 = F_{BC}(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x + \cdot y = \cdot + \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x + \cdot y = \quad + \quad$

kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x + \cdot y = \quad$

b) normálvektor: $\underline{n}(\quad; \quad)$ ebből $A = \quad$ és $B = \quad$

adott pont: $P_0 = F_{CA}(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $Ax + By = Ax_0 + By_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x + \cdot y = \cdot + \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x + \cdot y = \quad + \quad$

kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x + \cdot y = \quad$