• Conjuntos numéricos

➢ Conjunto dos números naturais

Os números naturais são utilizados para indicar contagens como idade, dias de mês ou, ainda, para representar o número de uma residência.

Começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os elementos do **conjunto dos números naturais**, indicado por IN.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\}$$

O conjunto dos números naturais é infinito e podemos representá-lo em uma reta orientada sobre a qual marcamos pontos equidistantes. A cada ponto marcado, fazemos corresponder, ordenadamente, um número natural, e cada número natural é representado por um desses pontos, como mostra a figura a seguir.

A respeito dos números naturais:

- Todo número natural n tem seu **sucessor** $n + 1$, que é o número natural que vem imediatamente depois dele. Por exemplo, o sucessor de 5 é 6; o sucessor de 29 é 30.
- O número natural que vem imediatamente antes de um número natural diferente de zero é denominado **antecessor**. Por exemplo, o antecessor de 10 é 9; o antecessor de 231 é 230.
- Os números naturais n e $n + 1$ são denominados **consecutivos**. Analogamente, dizemos que os números naturais $n, n + 1, n + 2, ...$ são consecutivos. Por exemplo, 4 e 5 são consecutivos e 18, 19 e 20 também são consecutivos.
- O subconjunto de $\mathbb{N}$ formado por todos os números naturais diferentes de zero é denotado assim:

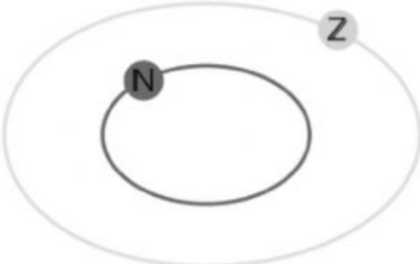
$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\} = \mathbb{N} - \{0\}$$

➢ Conjunto dos números inteiros

O conjunto formado pelos números positivos, negativos e zero é denominado **conjunto dos números inteiros** e é representado por Z.

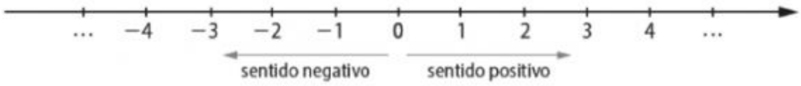
$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...\}$$ ou $$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

Todos os números naturais pertencem ao conjunto dos números inteiros, ou seja, o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros, como mostra o diagrama a seguir. Além disso, podemos escrever $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Na reta orientada, o conjunto $\mathbb{Z}$ pode ser assim representado:



A respeito dos números inteiros:

- Todo número inteiro tem um antecessor e um sucessor. Por exemplo: o antecessor de -10 é -11, e o sucessor de -1 é 0.
- Dois números inteiros são **opostos** ou **simétricos** quando a soma deles é igual a zero. Por exemplo: o oposto de 1 é -1, e o oposto de -3 é 3. O oposto de zero é o próprio zero.

Destacamos, agora, importantes subconjuntos de $\mathbb{Z}$:

- números inteiros não nulos: $\mathbb{Z}^* = \{..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, ...\} = \mathbb{Z} - \{0\}$
- números inteiros não negativos: $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
- números inteiros não positivos: $\mathbb{Z}_- = \{0, -1, -2, -3, -4, ...\}$
- números inteiros positivos: $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$
- números inteiros negativos: $\mathbb{Z}_-^* = \{-1, -2, -3, -4, ...\}$
- números pares: $P = \{..., -4, -2, 0, 2, 4, ...\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2, têm resto 0.
- números ímpares: $I = \{..., -3, -1, 1, 3, ...\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2, têm resto 1.

➢ Conjunto dos números racionais

Como mencionamos, algumas divisões não podem ser realizadas no conjunto dos números inteiros. Por causa disso, surgiu a necessidade de complementar os conjuntos numéricos, o que deu origem ao **conjunto dos números racionais**.

O conjunto dos números racionais, que indicamos por $\mathbb{Q}$, é aquele formado pelos números que podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b inteiros e $b \neq 0$:

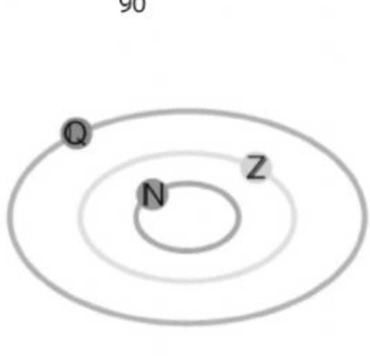
$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Exemplos:

$7 = \frac{7}{1}$ $\quad 0{,}6 = \frac{3}{5}$ $\quad -0{,}13 = -\frac{13}{100}$ $\quad 1{,}3333... = \frac{4}{3}$ $\quad 0{,}4777... = \frac{43}{90}$

Um número racional pode ser representado de duas maneiras: na **forma fracionária**, como a razão de dois números inteiros, sendo o denominador não nulo; e na **forma decimal**, que pode ser obtida quando dividimos o numerador pelo denominador que aparecem na forma fracionária. Nesse caso, a parte decimal tem uma quantidade finita de algarismos ou é infinita e periódica.

EDITORIA DE ARTE



Para representar, na forma decimal, um número racional escrito como razão de dois números inteiros, dividimos o numerador pelo denominador.

Exemplos:

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad \frac{14}{5} = 2{,}8$ $\quad \frac{13}{6} = 2{,}1666...$

Ao realizar essa divisão, temos duas possibilidades:

1) O resultado é um número decimal com uma quantidade finita de algarismos depois da vírgula. Nesse caso, temos um **número decimal exato**.

Exemplos:

$\frac{12}{4} = 3$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = 0{,}75$

$\frac{9}{2} = 4{,}5$ $\qquad$ $-\frac{3}{8} = -0{,}375$

2) O resultado é um número decimal com uma quantidade infinita de algarismos depois da vírgula, com um grupo deles se repetindo periodicamente. Nesse caso, temos uma **dízima periódica,** e o grupo de algarismos que se repetem indefinidamente é chamado de **período** da dízima.

Exemplos:

$\frac{13}{6} = 2{,}1666... = 2{,}1\overline{6}$ (o período é 6)

$\frac{40}{99} = 0{,}4040... = 0{,}\overline{40}$ (o período é 40)

Acabamos de ver como obter a forma decimal de um número racional a partir de sua forma fracionária. Também podemos obter uma fração de inteiros equivalente a um número racional, seja ele um decimal exato ou uma dízima periódica.

Essa fração é chamada de **fração geratriz**. Acompanhe a seguir como obter a fração geratriz da dízima 2,3131... .

$x = 2{,}3131...$ (I)

Como o período tem 2 algarismos que se encontram logo após a vírgula, multiplicamos por 100 ambos os lados da igualdade:

$100x = 231{,}3131...$ (II)

Fazemos (II) − (I), subtraindo membro a membro as duas igualdades:

$100x - x = 231{,}3131... - 2{,}3131...$

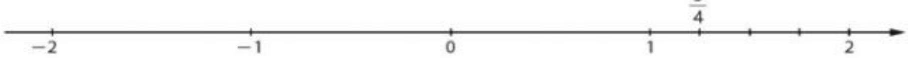
Portanto:

$99x = 229 \Rightarrow x = \frac{229}{99}$

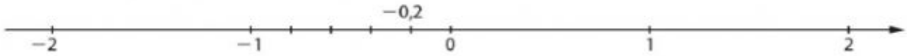
Logo, $\frac{229}{99}$ é a fração geratriz da dízima periódica 2,3131... .

Na reta orientada, é possível marcar pontos que representem números racionais. Acompanhe alguns exemplos de localização de números racionais na reta orientada:

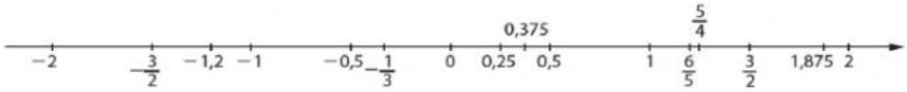
a) Como o número $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1{,}25$ está localizado entre 1 e 2, dividimos o intervalo entre os números 1 e 2 em quatro partes iguais e tomamos o ponto da divisão que fica mais próximo de 1. Nesse ponto, localizamos o número 1,25.



b) O número $-0{,}2 = -\frac{1}{5}$ está localizado entre 0 e −1; então, dividimos o intervalo entre os números −1 e 0 em cinco partes iguais e tomamos o ponto da divisão que fica mais próximo do 0. Nesse ponto, localizamos o número −0,2.



Veja um trecho da reta orientada com alguns pontos que estão associados a alguns números racionais:



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

A respeito dos números racionais:

a) A soma de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

- $\frac{1}{3}+\frac{4}{5}=\frac{17}{15}$
- $7{,}4+3{,}6=11{,}0$

b) A diferença de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

- $1{,}\overline{3}-0{,}\overline{1}=1{,}\overline{2}$
- $\frac{1}{6}-\frac{3}{8}=-\frac{5}{24}$

c) O produto de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

- $45{,}2\overline{1}\cdot 2=90{,}4\overline{2}$
- $\frac{4}{5}\cdot\frac{13}{6}=\frac{26}{15}$

d) O quociente de dois números racionais, sendo o divisor diferente de zero, é um número racional.

Exemplos:

- $0{,}5:2{,}25=0{,}\overline{2}$
- $\frac{3}{25}:\frac{4}{5}=\frac{3}{20}$

e) Dois números racionais são **opostos** ou **simétricos** quando a soma deles é igual a zero.

Exemplos:

- O oposto de $0{,}5$ é $-0{,}5$.
- O oposto de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$.
- O oposto de $-7{,}9\overline{1}$ é $7{,}9\overline{1}$.

f) Dois números racionais são inversos um do outro quando o produto deles é igual a 1.

Exemplos:

- O inverso de $\frac{4}{5}$ é $\frac{5}{4}$, pois $\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{4}=1$.
- O inverso de 3 é $\frac{1}{3}$, pois $3\cdot\frac{1}{3}=1$.
- O inverso de -7 é $-\frac{1}{7}$, pois $-7\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=1$.
- O inverso de $0{,}75$ é $1{,}\overline{3}$, pois $0{,}75\cdot 1{,}\overline{3}=1$.

g) Entre dois números racionais distintos sempre existe outro número racional. Daí a impossibilidade de escrever um a um todos os números racionais situados entre dois números quaisquer.

Exemplos:

- Entre os números $0{,}2=\frac{1}{5}$ e $0{,}\overline{3}=\frac{1}{3}$ existem, entre outros, os números racionais $0{,}25$; $0{,}2\overline{9}$ e $\frac{9}{40}$.
- Um procedimento possível para obter um número racional entre dois outros números racionais é calcular a média aritmética entre eles. No caso do exemplo anterior, temos:

$$\frac{0{,}2+0{,}\overline{3}}{2}=\frac{0{,}5\overline{3}}{2}=0{,}2\overline{6}\text{ ou }\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}{2}=\frac{\frac{8}{15}}{2}=\frac{4}{15}$$

Destacamos, agora, importantes subconjuntos de $\mathbb{Q}$:

- números racionais não nulos: $\mathbb{Q}^*=\mathbb{Q}-\{0\}$
- números racionais não negativos: $\mathbb{Q}_+$
- números racionais não positivos: $\mathbb{Q}_-$
- números racionais positivos: $\mathbb{Q}_+^*$
- números racionais negativos: $\mathbb{Q}_-^*$

> ATIVIDADES RESOLVIDAS

1 Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leqslant 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leqslant x < 3\}$. Em seguida:

a) descreva os elementos dos conjuntos A e B.

b) determine $A \cup B$.

c) determine $A \cap B$.

Resolução

a) No conjunto A, a notação $x \leqslant 5$ significa que x é um número natural menor do que ou igual a 5, ou seja, x pode assumir qualquer valor inteiro entre 0 e 5, incluindo os dois extremos, sendo $x \in \mathbb{N}$. Logo, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

No conjunto B, a notação $-2 \leqslant x < 3$ significa que $x \geqslant -2$ e, também, $x < 3$, sendo $x \in \mathbb{Z}$, ou seja, x pode assumir qualquer valor inteiro entre -3 e 3. Assim, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

b) A união dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Logo:
$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

c) A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e também pertencem a B. Portanto: $A \cap B = \{0, 1, 2\}$.

2 (PUC-SP) Considerando:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$,

$A = \left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \dfrac{24}{x} = n, n \in \mathbb{N}\right\}$ e

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 4 < 2x + 9\}$.

Podemos afirmar que:

a) $A \cap B$ tem 8 elementos.

b) $A \cap B$ tem 4 elementos.

c) $A \cup B = A$.

d) $A \cap B = A$.

e) n.r.a.

Resolução

Primeiro, vamos determinar os elementos dos conjuntos A e B.

Pela condição $\dfrac{24}{x} = n$, com $x \in \mathbb{N}^*$ e $n \in \mathbb{N}$, o conjunto A será formado pelos divisores naturais de 24. Assim, podemos escrever o conjunto A na forma: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Pela propriedade do conjunto B, $3x + 4 < 2x + 9$, com $x \in \mathbb{N}$, temos:

$3x + 4 < 2x + 9 \Rightarrow 3x - 2x < 9 - 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow x < 5$

Logo, o conjunto B será formado pelos números naturais menores do que 5 e pode ser escrito na forma: $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Analisando cada alternativa, temos:

a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$A \cup B$ tem 9 elementos; portanto, a alternativa é falsa.

b) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$

$A \cup B$ tem 4 elementos; portanto, a alternativa é verdadeira.

c) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \neq A$; portanto, a alternativa é falsa.

d) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \neq A$; portanto, a alternativa é falsa.

e) n.r.a.; portanto, a alternativa é falsa.

Portanto, **b** é a única alternativa correta.

3 Escreva em ordem crescente os números racionais:

$-\dfrac{2}{3}$; $\dfrac{17}{8}$; 1,333...; $-\dfrac{9}{4}$; $\dfrac{7}{2}$ e $\dfrac{43}{20}$

Resolução

Primeiro, determinamos a forma decimal das frações:

$-\dfrac{2}{3} = -0{,}666...$ $\qquad \dfrac{7}{2} = 3{,}5$

$\dfrac{17}{8} = 2{,}125$ $\qquad \dfrac{43}{20} = 2{,}15$

$-\dfrac{9}{4} = -2{,}25$

Agora, observando os números decimais, escrevemos esses números racionais em ordem crescente:

$$-\frac{9}{4} < -\frac{2}{3} < 1{,}333... < \frac{17}{8} < \frac{43}{20} < \frac{7}{2}.$$

Exercícios

1 Escreva os seguintes conjuntos, listando seus elementos:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\}$

b) $C = \{z \in \mathbb{Z}^* \mid -3 < z < 4\}$

2 Descreva cada um dos conjuntos de números a seguir, definindo-os por uma propriedade de seus elementos.

a) $M = \{6, 7, 8\}$

b) $T = \{..., -5, -4, -3, -2, -1\}$

3 Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par e } x < 9\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é ímpar e } x < 9\}$. Utilize os símbolos $\in$ ou $\notin$ para relacionar cada par a seguir.

a) 4 e A c) 8 e A e) 1 e B

b) 5 e A d) 2 e B f) 10 e A

4 Sendo $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, escreva os seguintes conjuntos, listando seus elementos.

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = k^2, k \in \mathbb{N}\}$

5 Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leqslant 10\}$, determine o número de elementos de $A \cap B$.

6 Verifique se os conjuntos a seguir são iguais.

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leqslant x < 4\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x - 2)(x - 3) = 0\}$

7 Usando os símbolos $\in$ ou $\notin$, relacione:

a) -7 e $\mathbb{N}$. c) $\frac{1}{2}$ e $\mathbb{Z}$.

b) 4 e $\mathbb{Z}$. d) 0,166... e $\mathbb{Q}$.

8 Determine a fração geratriz dos números a seguir.

a) 0,323232... b) 2,715715715...

9 Sendo A o conjunto dos divisores naturais de 18 e B o conjunto dos divisores naturais de 30, escreva:

a) o conjunto A;

b) o conjunto B;

c) o conjunto C dos divisores comuns de 18 e 30;

d) o máximo divisor comum de 18 e de 30.

10 (UFAL) No universo $\mathbb{N}$, sejam A o conjunto dos números pares, B o conjunto dos números múltiplos de 3 e C o conjunto dos números múltiplos de 5. Determine os 10 menores números que pertencem ao conjunto $B - (A \cup C)$.

12 (Unicamp-SP) Ache dois números inteiros positivos e consecutivos sabendo que a soma de seus quadrados é 481.

13 Determine os seguintes conjuntos, listando seus elementos.

a) $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid -2x^2 - 9x + 5 = 0\}$

b) $N = \left\{a \in \mathbb{Q} \mid \frac{1}{a} + a = 2\right\}$

c) $P = \{y \in \mathbb{Z} \mid (y - 1)(y + 2)(y - 3) = 0\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 25 = 0\}$

14 (OCM-PB) Seja a um número inteiro positivo qualquer. Então, para todo inteiro b, é correto afirmar que:

a) $a + b$ é um número par

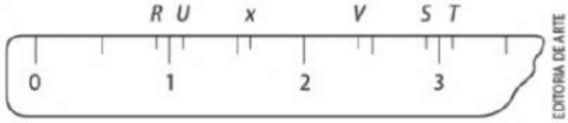
b) $4a + 2b$ é um número par

c) $3a + 2b$ é um número ímpar

d) $a + 3b$ é um número par

e) $a + 2b$ é um número ímpar

15 (OBMEP) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x - 2$?



a) R c) T e) V

b) S d) U

16 (Fuvest-SP) Os números x e y são tais que $5 \leqslant x \leqslant 10$ e $20 \leqslant y \leqslant 30$. O maior valor possível de $\frac{x}{y}$ é:

a) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$ e) 1

b) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

17 (UFRJ) Prove que, se o quadrado de um número natural n é par, então o próprio número n tem que ser, obrigatoriamente, par (isto é, $n \in \mathbb{N}$, n^2 é par $\Rightarrow$ n é par).

➢ Conjunto dos números irracionais

O **conjunto dos números irracionais**, que indicamos por $\mathbb{I}$, é o conjunto formado pelos números que têm uma representação decimal infinita e não periódica.

Veja outros exemplos de números irracionais e suas primeiras casas decimais, obtidas com o auxílio de uma calculadora científica:

$\sqrt{13} = 3{,}60555127...$ $\quad \sqrt[3]{5} = 1{,}70997594...$ $\quad \pi = 3{,}14159265...$

A respeito dos números irracionais, é possível demonstrar que:

- as raízes quadradas de números naturais que não são quadrados perfeitos são números irracionais. Exemplos:
  $\sqrt{10} = 3{,}16227766...$ $\quad \sqrt{24} = 4{,}89897948...$
- em particular, as raízes quadradas de números primos positivos são números irracionais. Exemplos:
  $\sqrt{3} = 1{,}732050807...$ $\quad \sqrt{7} = 2{,}645751311...$ $\quad \sqrt{61} = 7{,}810249675...$
- a soma de um número racional com um número irracional é um número irracional. Exemplos:
  $3 + \sqrt{2} = 3 + 1{,}41421356... = 4{,}41421356...$
  $\sqrt{5} + 1{,}5 = 2{,}23606797... + 1{,}5 = 3{,}73606797...$
- o resultado da subtração de um número racional e um número irracional, e vice-versa, é um número irracional. Exemplos:
  $1 - \pi = 1 - 3{,}14159265... = -2{,}14159265...$
  $\sqrt{6} - 4 = 2{,}44948974... - 4 = -1{,}55051025...$
- o produto de um número racional não nulo por um número irracional é um número irracional. Exemplos:
  $2 \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7} = \sqrt{28} = 5{,}29150262...$
  $-\frac{1}{3} \cdot \pi = -\frac{\pi}{3} = \ 1{,}04719755...$

➢ Alguns números irracionais famosos

O número pi (π)

O número representado pela letra grega π (pi) é um dos números irracionais mais conhecidos no meio matemático. O **número π** é a constante obtida da razão entre o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro. Por ser um número irracional, a representação decimal de π é infinita e não periódica: $\pi = 3{,}141592653...$.

O número de Euler (*e*)

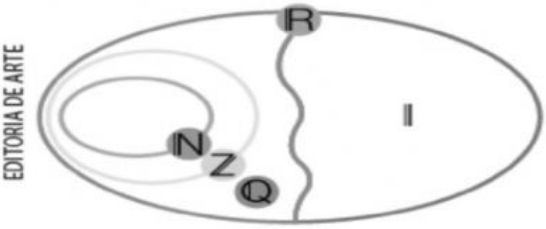
O número irracional *e*, chamado de **número de Euler**, cujo valor é 2,718281..., tem diversas aplicações dentro da Matemática, bem como em outras ciências como Economia, Biologia e Estatística. Esse número irracional também é chamado de número de Napier, graças aos estudos relacionados aos logaritmos feitos pelo matemático John Napier (1550-1617).

A razão áurea

Essa razão é conhecida como **razão áurea**, e o número irracional $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, cujo valor é 1,618033..., é chamado de **número de ouro**, representado pela letra grega maiúscula ϕ (lê-se: fi).

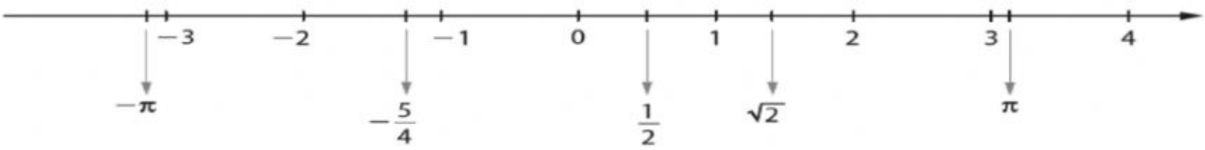
➢ Conjunto dos números reais

Reunindo os números racionais aos números irracionais, formamos o **conjunto dos números reais**, representado por IR.



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$,
ou seja, $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

Já vimos como marcar, na reta orientada, pontos que representam números racionais. Vimos também que os números racionais não são suficientes para preencher toda a reta orientada. É possível marcar pontos na reta que representam números irracionais. Observe alguns números racionais e irracionais representados na reta orientada:



A respeito dos números reais:

- A soma de dois números reais é um número real.
- A diferença de dois números reais é um número real.
- O produto de dois números reais é um número real.
- O quociente de dois números reais, sendo o divisor diferente de zero, é um número real.
- Os conceitos de números opostos e de números inversos vistos nos conjuntos numéricos anteriores também são válidos para os números reais.

Exemplos:

- O oposto de $\sqrt{2}$ é $-\sqrt{2}$, pois $\sqrt{2} + \left(-\sqrt{2}\right) = 0$.
- O inverso de π é $\dfrac{1}{\pi}$, pois $\pi \cdot \dfrac{1}{\pi} = 1$.

No conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, destacamos os seguintes subconjuntos:

- números reais não nulos: $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$
- números reais não negativos: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 0\}$
- números reais não positivos: $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 0\}$
- números reais positivos: $\mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- números reais negativos: $\mathbb{R}_-^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$

➢ Intervalos reais

Existem subconjuntos de $\mathbb{R}$, chamados de **intervalos reais**, que são determinados por desigualdades. Os intervalos podem ser representados de diversas maneiras, como veremos a seguir.

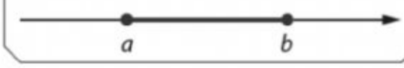
Dados dois números reais a e b, chamados de **extremos do intervalo**, com $a < b$, temos:

Intervalo aberto

$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} =]a, b[$

Intervalo fechado

$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x \leqslant b\} = [a, b]$



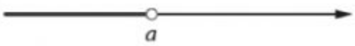
Intervalos semiabertos

$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x < b\} = [a, b[$

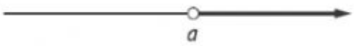
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leqslant b\} =]a, b]$

Intervalos ilimitados

$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\} =]-\infty, a[$



$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} =]a, +\infty[$



$\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant a\} =]-\infty, a]$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant a\} = [a, +\infty[$

Observações:

- A bolinha vazia (○) indica que os extremos não pertencem ao intervalo.
- A bolinha cheia (●) indica que os extremos pertencem ao intervalo.
- O símbolo $+\infty$ lê-se "mais infinito".
- O símbolo $-\infty$ lê-se "menos infinito".
- Os símbolos $+\infty$ e $-\infty$ não são números reais, são apenas símbolos usados na notação de intervalos ilimitados.

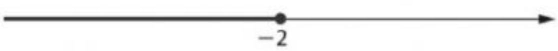
Veja alguns exemplos de intervalos reais a seguir.

a) $[-4, 3[$ ← Essa representação é a notação de conjuntos.

$\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leqslant x < 3\}$ ← Essa representação é a notação de conjuntos.

b) $]-\infty, -2]$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -2\}$



c) $]0, +\infty[$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$