

ESCOLA:	
PROFESSOR(A): <b>Josicleyton da Silva Lima</b>	
ALUNO(A):	
ÁREA DE CONHECIMENTO: <b>Matemática e suas tecnologias</b>	TURMA: <b>9º ano</b>
COMPONENTE CURRICULAR: <b>Matemática</b>	
TURNO: <b>Vespertino</b>	DATA: ____ / ____ / 2021

### • Expoentes racionais

Até agora trabalhamos com potências cujos expoentes eram números inteiros. E se o expoente for um número racional?

Por exemplo, qual é o significado de  $7^{\frac{1}{2}}$ ? E de  $2,8^{\frac{3}{4}}$ ? E  $16^{0,25}$ ?

Os expoentes racionais relacionam a potenciação e a radiciação da seguinte maneira:

Se  $a$  é um número positivo e  $m$  e  $n$  são números naturais diferentes de zero, então:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Veja num exemplo por que tomamos base positiva:  $(-2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(-2)^3}$

Como  $(-2)^3$  é um número negativo, essa raiz não é um número real.

As potências de base positiva e expoente racional podem ser escritas na forma de radical, e os radicais podem ser escritos na forma de potência com expoente racional. exemplos:

- $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{7^1} = \sqrt{7}$
- $2,8^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2,8^3}$
- $16^{0,25} = 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16^1} = \sqrt[4]{16}$
- $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$
- $\sqrt[5]{2^7} = 2^{\frac{7}{5}}$

### • Propriedades dos radicais

#### 1ª propriedade

Se  $a$  é um número positivo e  $n$  é um número natural diferente de zero,  $\sqrt[n]{a^n} = a$ .

Acompanhe:

- $\sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5^1 = 5$
- $\sqrt[3]{7^3} = 7^{\frac{3}{3}} = 7^1 = 7$
- $\sqrt[6]{3^6} = 3^{\frac{6}{6}} = 3^1 = 3$

Cuidado com a base negativa do radicando!

Veja um exemplo do que ocorre se a base for **negativa** e o índice for **par**:

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

Nesse caso,  $\sqrt{(-3)^2} \neq -3$ .

Para calcular  $\sqrt[4]{625}$ , Rogério fatorou 625:

$$\begin{array}{r} 625 \mid 5 \\ 125 \mid 5 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array} \qquad 625 = 5^4$$

Depois fez:

$$\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

Para descobrir a medida do lado do quadrado de área 576 cm<sup>2</sup>, Patrícia fez:

$$\begin{aligned} l^2 &= 576 \\ l &= \sqrt{576} \\ l &= \sqrt{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^3 \cdot 3)^2} \\ l &= 2^3 \cdot 3 \\ l &= 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

Quando multiplicamos ou dividimos o índice da raiz e o expoente do radicando pelo mesmo número natural diferente de zero, obtemos um radical equivalente ao primeiro.

### 2ª propriedade

- Escrevemos a raiz quinta de dois elevado à terceira na forma de potência.
- Achamos uma fração equivalente a  $\frac{3}{5}$  que tenha denominador dez.
- Escrevemos a potência na forma de radical, outra vez, está resolvida a questão!

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

× 2

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}} \\ 2^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{6}{10}} \\ 2^{\frac{6}{10}} = \sqrt[10]{2^6} \end{array} \right\} \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[10]{2^6}$$

### 3ª propriedade

A raiz de um produto é igual ao produto das raízes dos fatores desse produto.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

raiz de um produto      produto de raízes

aplicando essa propriedade, chegaremos a um resultado importante:

$$(\sqrt[3]{7})^2 = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7 \cdot 7} = \sqrt[3]{7^2}, \text{ isto é: } (\sqrt[3]{7})^2 = \sqrt[3]{7^2}$$

de modo geral:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

### 4ª propriedade

A raiz de um quociente é igual ao quociente das raízes do dividendo e do divisor.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

raiz de um quociente      quociente de raízes

$$\sqrt[n]{a : b} = (a : b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

Exemplos:

Sabemos que  $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$

Também sabemos que:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{4} = 2 \end{array} \right\} \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$$

Então,  $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$ .

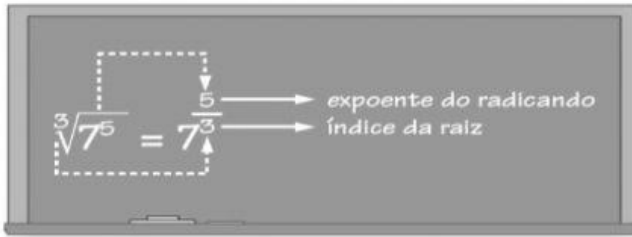
Agora observe:

$$\sqrt{36 : 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{36} = 6 \\ \sqrt{4} = 2 \end{array} \right\} \sqrt{36} : \sqrt{4} = 6 : 2 = 3$$

Então,  $\sqrt{36 : 4} = \sqrt{36} : \sqrt{4}$

## Exercícios



**1** Calcule.

- |   |  |
|---|--|
| a) $64^{\frac{1}{2}}$                         | e) $100^{0,5}$                               |
| b) $400^{\frac{1}{2}}$                        | f) $625^{0,25}$                              |
| c) $8^{\frac{2}{3}}$                          | g) $32^{\frac{1}{5}}$                        |
| d) $\left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$ | h) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ |

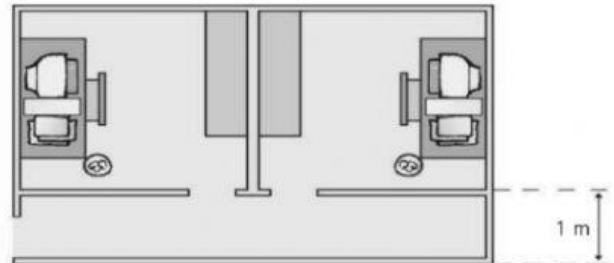
**2** Simplifique.

- |                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| a) $\sqrt{7^2}$ | b) $\sqrt[5]{2^5}$ |
|-----------------|--------------------|

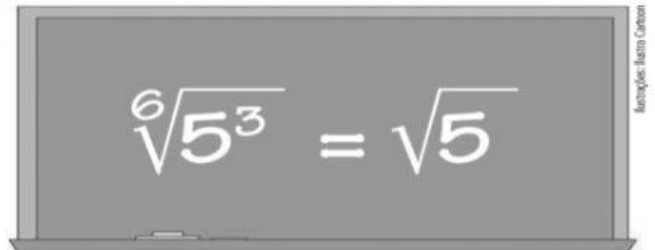


- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| a) $\sqrt{49}$     | f) $\sqrt[3]{343}$   |
| b) $\sqrt{121}$    | g) $\sqrt[4]{81}$    |
| c) $\sqrt{169}$    | h) $\sqrt[6]{729}$   |
| d) $\sqrt[3]{125}$ | i) $\sqrt[7]{128}$   |
| e) $\sqrt[4]{625}$ | j) $\sqrt[10]{1024}$ |

**4** A figura representa um escritório com duas salas quadradas de  $9 \text{ m}^2$  de área cada uma. O corredor tem  $1 \text{ m}$  de largura. Qual é a área total do conjunto?



**5** Veja o que o professor escreveu no quadro-negro:



Justifique essa afirmação do professor.

**6** No caderno, simplifique os radicais e, em cada item, responda: que número você usou para dividir o índice e o expoente?

- |                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| a) $\sqrt[4]{7^6}$ | c) $\sqrt[10]{2^{15}}$ |
| b) $\sqrt[2]{5^6}$ | d) $\sqrt[8]{3^2}$     |

**7** Certo ou errado?

- |                                     |                                   |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\sqrt[6]{7^2} = \sqrt[3]{7}$    | c) $\sqrt[6]{5^3} = \sqrt[3]{5}$  |
| b) $\sqrt[5]{6^4} = \sqrt[10]{6^8}$ | d) $\sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^4}$ |

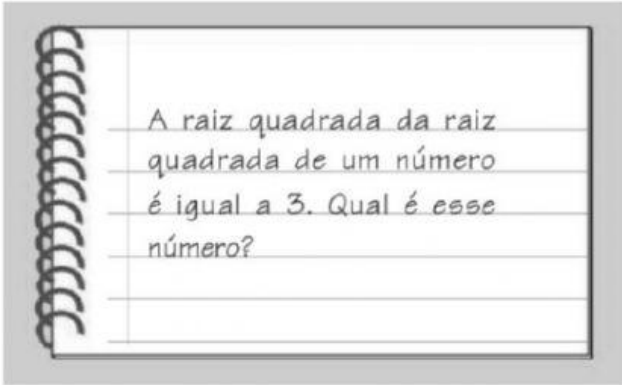
**8** (Unicamp-SP) Determine o maior dentre os números  $\sqrt[3]{3}$  e  $\sqrt[4]{4}$ .



**9** Escreva sob a forma de uma única raiz.

- a)  $\sqrt[3]{4\sqrt{5}}$      $\sqrt{\quad}$     c)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3^2}}$      $\sqrt{\quad}$   
 b)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}$      $\sqrt{\quad}$     d)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}$      $\sqrt{\quad}$

**10** Leia o exercício que Renato deve responder:



Responda você também.

**11** Certo ou errado? Responda em seu caderno.

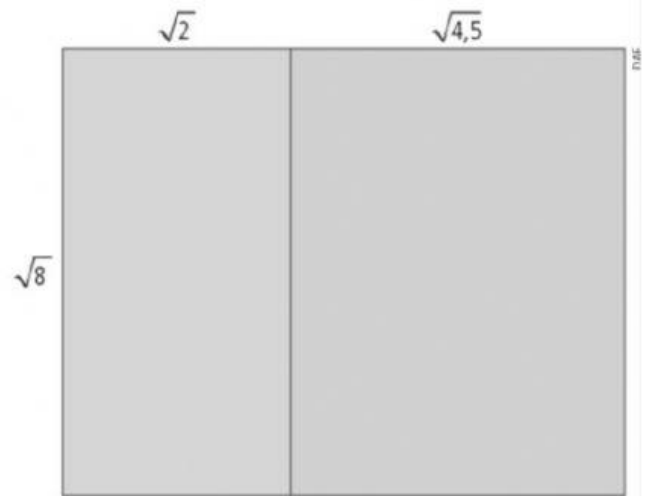
- a)  $\sqrt{21} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$   
 b)  $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10}$   
 c)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$   
 d)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{30}$

**12** Calcule, indicando o resultado sem radical.

- a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$   
 b)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$   
 c)  $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$   
 d)  $\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}$   
 e)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$   
 f)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{0,5}$   
 g)  $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10}$   
 h)  $\sqrt{0,5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$

Faça os cálculos e responda em seu caderno.

**13** A figura é constituída por duas partes retangulares (medidas em cm).



- a) Qual é a área do retângulo azul?  
 b) Qual é a área do retângulo verde?

**14** Calcule, usando as propriedades dos radicais aritméticos.

- a)  $(\sqrt{10})^2$     c)  $(\sqrt[3]{7})^6$   
 b)  $(\sqrt[3]{8})^2$     d)  $(\sqrt{3^2})^4$

**15** A figura mostra um retângulo e no seu interior um quadrado.



**16** É verdade que  $\sqrt{\frac{64}{16}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$ ?