



MATEMÁTICA V SECUNDARIA

Ficha 11: Transformaciones trigonométricas II (de un producto a una suma o diferencia)

Hoy aprenderemos a transformar un producto de funciones trigonométricas ($2\text{Sen}10^\circ \text{Cos}20^\circ$) a una suma o diferencia de funciones trigonométricas.

Es decir:



Para ello tendremos presente las siguientes identidades:

I. $2\text{Sen}A \text{Sen}B = \text{Cos}(A - B) - \text{Cos}(A + B)$

II. $2\text{Sen}A \text{Cos}B = \text{Sen}(A + B) + \text{Sen}(A - B)$

III. $2\text{Cos}A \text{Cos}B = \text{Cos}(A + B) + \text{Cos}(A - B)$

Ejemplo 1: Reduce

$$E = 2\text{Sen}10^\circ \text{Cos}20^\circ + \text{Sen}10^\circ$$

Pasando a una suma
mediante la identidad II

$$A = 10^\circ \quad B = 20^\circ$$

$$E = \text{Sen}(10^\circ + 20^\circ) + \text{Sen}(10^\circ - 20^\circ) + \text{Sen}10^\circ$$

$$\text{Sen}30^\circ + \text{Sen}(-10^\circ) + \text{Sen}10^\circ$$

Arco negativo

$$\text{Sen}(-x) = -\text{Sen}x$$

$$\text{Sen}30^\circ - \text{Sen}10^\circ + \text{Sen}10^\circ$$

$$E = \text{Sen}30^\circ$$



$$E = \frac{1}{2}$$



Ejemplo 2: Reduce

$$E = 4 \underbrace{\cos 10^\circ \cos 8^\circ} - 2 \sin 88^\circ$$

$$2 \times \underbrace{2 \cos 10^\circ \cos 8^\circ}$$

Pasando a suma
mediante la Identidad III

$$2(\cos(10^\circ + 8^\circ) + \cos(10^\circ - 8^\circ)) - 2 \sin 88^\circ$$

$$2 \underbrace{\cos 18^\circ} + 2 \cos 2^\circ - 2 \sin 88^\circ$$

$$\cos 2^\circ$$

Complementarios

$$E = 2 \cos 18^\circ$$

Practicando en clase

1. Reduce: $E = 2 \sin 7\theta \cos \theta - \sin 6\theta$

- a) $\sin 4\theta$ b) $\sin 6\theta$ c) $\sin 8\theta$
d) $\sin 10\theta$ e) 0

2. Reduce: $E = 2 \cos 40^\circ \cos 20^\circ - \cos 20^\circ$

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\frac{1}{4}$ e) 0

3. Simplifica: $E = \frac{2 \cos 3x \sin x + \sin 2x}{2 \cos 7x \cos 3x - \cos 10x}$

- a) $\tan x$ b) $\tan 2x$ c) $\tan 3x$
d) $\tan 4x$ e) $\tan 5x$

4. Simplifica: $E = \frac{2 \sin 8x \cos 3x + 2 \cos 7x \sin 2x}{2 \sin 10x}$

- a) $\sin x$ b) $\cos x$ c) $\sin 2x$
d) $\cos 2x$ e) $\sin x \cos x$



5. Simplifica: $E = \frac{2\cos 4\theta \cos 3\theta - 2\cos 5\theta \cos 2\theta}{2\sin 2\theta}$

- a) $\sin 2\theta$ b) $\sin \theta$ c) $\cos \theta$
d) $\cos 2\theta$ e) $\sin 4\theta$

6. Simplifica: $E = \frac{\sin 110^\circ - 2\cos 70^\circ \sin 40^\circ}{\cos 80^\circ + 2\sin 70^\circ \sin 10^\circ}$

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 1
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) 0

7. Determina "x" en: (x agudo)

$$2\sin 3x \cos x - \sin 4x = 1$$

- a) 15° b) 30° c) 45°
d) 60° e) 90°

8. Determina A + B. Si:

$$2\sin 3x \sin x + 2\cos 5x \cos x = 2\cos Ax \cos Bx$$

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

9. Simplifica: $E = \frac{2\sin 3x \cos x + 2\cos 5x \sin x}{\cos 6x + \cos 2x}$

- a) $\tan x$ b) $\tan 2x$ c) $\tan 3x$
d) $\tan 4x$ e) $\tan 5x$

10. Simplifica:

$$E = \frac{1 - 4\sin 10^\circ \sin 70^\circ}{2\sin 10^\circ}$$

- a) 1 b) $1/2$ c) -1
d) $-1/2$ e) 2

11. Reduce:

$$E = 2\sin 3x \sin x + 2\sin 6x \sin 2x - 2\sin 5x \sin 3x$$

- a) $\sin 4x$ b) $2\sin 4x$ c) 1
d) 0 e) -1



12. Simplifica:

$$E = \frac{2\text{Sen}9\theta\text{Cos}3\theta - \text{Sen}12\theta}{\text{Sen}11\theta + \text{Sen}\theta}$$

- a) $0,5\text{Csc}5\theta$ b) $0,5\text{Sec}5\theta$ c) $\text{Sec}5\theta$
d) $\text{Csc}5\theta$ e) $0,5$

13. Reduce: $E = 2\text{Cos}11\theta \text{ Sen}3\theta + \text{Sen}8\theta$

- a) $\text{Sen}7\theta$ b) $\text{Sen}14\theta$ c) $\text{Sen}8\theta$
d) 1 e) 0

14. Reduce: $E = \text{Cos}10^\circ - 2\text{Sen}20^\circ \text{ Sen}10^\circ$

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) 1 e) $\sqrt{3}$

15. Reduce: $E = 2\text{Sen}3x\text{Cos}x - \text{Sen}2x$

- a) $\text{Sen}4x$ b) $\text{Sen}3x$ c) $\text{Cos}2x$
d) $\text{Cos}4x$ e) $\text{Sen}x$

16. Reduce: $E = 2\text{Cos}3x \text{ Cos}x - \text{Cos}4x$

- a) $\text{Cos}x$ b) $\text{Cos}2x$ c) $\text{Sen}2x$
d) $\text{Sen}x$ e) 1

17. Reduce: $E = 2\text{Sen}3x\text{Cos}x - \text{Sen}4x$

- a) $\text{Cos}2x$ b) $\text{Ctg}2x$ c) $\text{Tg}2x$
d) $\text{Sen}2x$ e) $\text{Csc}2x$

18. Reduce: $E = \frac{2\text{Sen}2x \text{ Cos}3x + \text{Sen}x}{2\text{Sen}4x \text{ Cos}x - \text{Sen}3x}$

- a) 1 b) -1 c) $\text{Sen}5x$
d) $\frac{\text{Sen}5x}{\text{Sen}x}$ e) $\text{Cos}x$

19. Reduce: $E = \frac{2\text{Sen}4x\text{Cos}x - \text{Sen}5x}{2\text{Cos}5x\text{Cos}2x - \text{Cos}7x}$

- a) Tgx b) $\text{Tg}2x$ c) $\text{Tg}3x$
d) $\text{Tg}4x$ e) $\text{Tg}5x$



20. Simplifica:

$$E = \text{Sen}3x \text{ Cos}2x + \text{Sen}3x \text{ Cos}4x + \text{Sen}x \text{ Cos}6x$$

a) 0

b) $2\text{Sen}x$

c) $2\text{Sen}5x$

d) $2\text{Sen}3x$

e) $2\text{Sen}7x$

21. Reduce:

$$E = 2\text{Cos}5x \text{ Cos}2x + 2\text{Sen}6x \text{ Sen}x - 2\text{Cos}4x \text{ Cos}x$$

a) $\text{Cos}x$

b) $\text{Cos}2x$

c) $-\text{Cos}x$

d) $-\text{Cos}2x$

e) 0

22. Simplifica: $E = \frac{\text{Sen}50^\circ - 2\text{Cos}40^\circ \text{Sen}10^\circ}{\text{Cos}80^\circ + 2\text{Sen}70^\circ \text{Sen}10^\circ}$

a) 1

b) $\sqrt{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $2\sqrt{3}$

e) 2

23. Si: $2\text{Sen}3x \text{ Sen}x + 2\text{Cos}5x \text{ Cos}x = 2\text{Cos}Ax \text{ Cos}Bx$

Calcula: $A + B$

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10