MATEMÁTICA
II SECUNDARIA
Ficha 6: Polinomios especiales

1. **Polinomio Homogéneo**

Es aquel polinomio en el cual todos sus términos son de igual grado absoluto.

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = \underbrace{2x^5y^4}_{G.A.=9} + \underbrace{6x^6y^3}_{G.A.=9} - \underbrace{x^2y^7}_{G.A.=9}$$



$P_{(x;\,y)}$ es homogéneo de grado: 9

2. **Polinomio Ordenado**

Un polinomio será ordenado con respecto a una variable, si los exponentes de dicha variable están aumentando o disminuyente, a partir del primer término.

Ejemplo:

$$P_{(x)} = x^8 + x^5 - 2x^4 + 5x - 2$$

Es un polinomio ordenado en forma descendente (los exponentes de "x" disminuyendo a partir del primer término).

3. **Polinomio Completo**

Un polinomio será completo con respecto a una variable; si dicha variable posee todos los exponentes, desde el mayor hasta el exponente **cero**, inclusive.

Ejemplo:

$P_{(x)} = 2x^3 + x^2 + x^4 - 2x + 6x^0$

$\rightarrow P_{(x)}$ es completo

↳ **Propiedad**

En todo polinomio completo y de una sola variable, el número de términos es equivalente al grado aumentado en la unidad.

Entonces: # de términos de $P_{(x)}$ = Grado + 1

Ejemplo:

$P_{(x)} = x^{16} + x^{15} + x^{14} + \ldots\ldots + x^2 + x + 1$

G.A. $(P_{(x)}) = 16$

Entonces: # de términos de $P_{(x)} = 16 + 1 = 17$

LIVEWORKSHEETS

4. **Polinomios Idénticos (≡)**

Dos polinomios son idénticos si tienen el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables. En dos polinomios idénticos los coeficientes de sus términos semejantes son iguales.

Es decir, si:

$$ax^2 + bx + c \equiv mx^2 + nx + p$$

Se cumple que:

$$\begin{cases} a = m \\ b = n \\ c = p \end{cases}$$



5. **Polinomio Idénticamente nulo**

Es aquel que se anula para cualquier valor de sus variables. En todo polinomio idénticamente nulo reducido, sus coeficientes son iguales a cero.

Es decir si: $ax^2 + bx + c \equiv 0$

Se cumple que:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcula (mn) sabiendo que el polinomio es homogéneo.

$$P_{(x,y)} = 5x^m y^4 + \sqrt{3}x^6 y^2 - 2x^3 y^{5+n}$$

a) 1 b) 0 c) -1
d) 4 e) -2

2. Calcula la suma de coeficientes de $P_{(x)}$ sabiendo que es un polinomio completo.

$$P_{(x)} = 5x^{m+2} - 3x^4 + 4x^2 + 3x + 2m$$

a) 10 b) 9 c) 11
d) 12 e) 13

3. Se tienen los polinomios:
$M_{(x)} = 3x^2 + (b + 3)\,x + c^2 - 3$
$N_{(x)} = (7 - a)\,x^2 + (2b + 1)\,x + 1$
Donde: $M_{(x)} \equiv N_{(x)}$
Calcula: $E = a - b - c$
a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

4. Dados los polinomios idénticos.

LIVEWORKSHEETS

$M_{(x)} = 3x^4 - (a + b)\, x^a$
$N_{(x)} = (b + n)\, x^{a+1} - x^3$
Calcula: $E = \sqrt{2a+b+n}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

5. El polinomio es idénticamente nulo:
$P_{(x)} = (a^2 + b^2 - 2ab)\, x^3 + (b^2 + c^2 - 2bc)\, x^2 + (a - c)\, x + d - 3$
Calcula: $E = \frac{a+b+c}{bd}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

6. Si: $P_{(x)}$ es completo y ordenado
Calcula: "b"

$$P_{(x)} = a\, x^{a+b} - x^{a+2} - x^{2a} + 3x^a + x^{a-1}$$

a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) 3

7. Si el polinomio esta ordenado en forma ascendente:

$$P(x) = 5x^3 + 7x^8 + 9x^{m+3} + bx^{n+2} + x^{11}$$

Calcula: "m + n"

a) 10 b) 14 c) 17
d) 21 e) 35

8. Sea P(x) un polinomio mónico:

$$P(x) = (3 - a)\, x^3 - (b - 2)\, x^2 + (3 + a + b)\, x$$

Determina la suma de coeficientes de $P_{(x)}$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

9. Indica cual o cuales de los siguientes polinomios son homogéneos:
Donde $(a, b, c, d \in Z^+)$

I. $P_{(x)} = x^{a+b} + y^{b+1}$
II. $P_{(x,\, y)} = x^{1+a+b}y^2 + 3x^{3+a}y^b$
III. $P_{(x)} = x^{a+b+2} + x^{a+c+d}$

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) Ninguno

10. Calcula: (a + b + c)

LIVEWORKSHEETS

Si: $P_{(x)} \equiv Q_{(x)}$

Siendo: $P_{(x)} = 4x^2 + 3x + 2$

$Q_{(x)} = (a + b - 1)\,x^2 + (b - c + 2)\,x + (c - a + 4)$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 6 e) 8

11. Sea $M_{(x)}$ un polinomio idénticamente nulo:

Si: $(a, b, c, d \in \mathbf{Z})$

$$M_{(x)} = (a + b - 10)x^3 + (b + c + 7)x^2 + (c + a + 2)x + 2d + 1$$

Calcula: $F = \left[\dfrac{(a+b)(c+d)}{3(a^2+b^2)}\right]^{(a+b+c+d)}$

a) -1 b) 3 c) 2
d) 0 e) 1

12. Indica el grado de homogeneidad de:

$$P_{(x,\,y)} = x^{a+b}y^{3+a-b} + 5x^{a+17} + 7x^4y^{b+5}$$

a) 29 b) 30 c) 31
d) 32 e) 33

13. Calcula el grado del polinomio ordenado estrictamente descendente:

$$P_{(x)} = \sqrt{5}x^{7+a} + \sqrt{2}x^{2a+3} + mx^{5+a}$$

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

14. Se cumple que:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma \equiv (ax + 2n)^2$$

Indica: $E = \dfrac{\beta^2 - \alpha\gamma}{3\beta^2}$

a) 1/3 b) 1/4 c) 3/4
d) 2/3 e) 1/2

15. Indica la suma de coeficientes del siguiente polinomio

$P_{(x, y)} = ax^a + bcx^by^c + dy^d$

Sabiendo que es completo y ordenado respecto a sus dos variables.

a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

LIVEWORKSHEETS