

NAMA :

TANGGAL :

KELAS :

ALOKASI WAKTU : 60 MENIT

TOPIK 1

JENIS-JENIS MATRIKS, TRANSPOSE DAN KESAMAAN MATRIKS

Kompetensi Dasar

- 3.15 Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks
- 4.15 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

Indikator

- 3.15.1 Menentukan konsep matriks
- 3.15.2 Mengoperasikan transpose matriks dan kesamaan matriks
- 4.15.1 Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan matriks

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat:

1. Menemukan konsep matriks
2. Membedakan jenis-jenis matriks
3. Mengoperasikan transpose matriks dan kesamaan matriks
4. Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan matriks

Perhatikan gambar berikut!



Pernahkah kalian mengamati denah tempat duduk di kelas? Berdasarkan denah tersebut, pada baris dan kolom berapakah kalian berada? Siapa sajakah yang duduk pada baris pertama? Dengan menggunakan matriks, kalian dapat meringkas penyajian denah tersebut sehingga dengan mudah diketahui letak tempat duduk kalian dan teman-teman kalian.

Diskusikan dengan kelompokmu permasalahan kontekstual di atas

- Langkah 1:
Isilah nama siswa pada denah tempat duduk pada ilustrasi diatas!
.....
.....
.....
.....
- Langkah 2 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas ,siapa saja yang duduk pada baris pertama?
.....
- Langkah 3 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas, siapa saja yang duduk pada baris kedua?
.....
- Langkah 4 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas, siapa saja yang duduk pada baris ketiga?
.....
- Langkah 5 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas, siapa saja yang duduk pada kolom kesatu ?
.....
- Langkah 6 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas, siapa saja yang duduk pada kolom kedua ?
.....
- Langkah 7 :
Berdasarkan denah tempat duduk di atas, siapa saja yang duduk pada kolom ketiga ?
.....

➤ Langkah 8 :

Dari Langkah 2 sampai 5 dapat disimpulkan bahwa denah tempat duduk di kelas tersebut mempunyai baris dan kolom.

➤ Langkah 9 :

Dari Langkah 1 sampai 11 dapat diambil nama – namanya saja dan ditulis dalam tanda kurung biasa maupun kurung siku.



➤ Langkah 10 :

Susunan denah tempat duduknya berbentuk

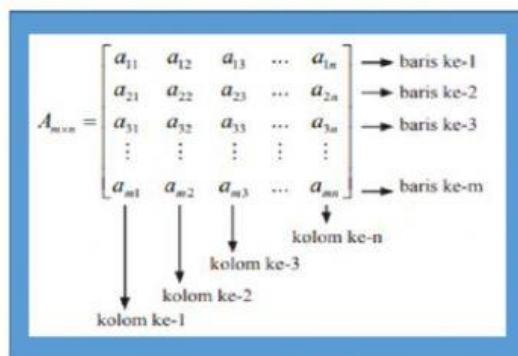
Banyak baris =

Banyak kolom =

➤ Dari keterangan di atas dapat disimpulkan bahwa :

Matriks adalah kelompok bilangan yang diatur menurut aturan dan dalam suatu susunan berbentuk Susunan bilangan itu diletakkan di dalam kurung biasa “()” atau kurung siku “[]”

Ordo atau Ukuran dari suatu matriks ditentukan oleh banyak dan banyak dari matriks itu. Ordo suatu matriks ditulis sebagai perkalian dua buah bilangan bulat positif.



JENIS-JENIS MATRIKS

A. Jenis Matriks Ditinjau dari Banyaknya Baris dan Kolom Penyusunnya

1. Matriks Kolom

Matriks kolom adalah matriks yang terdiri atas satu kolom saja dengan beberapa baris. Matriks kolom berordo $m \times 1$, dengan m banyak baris pada matriks tersebut.

$$A_{m \times 1} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{\dots 1} \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

2. Matriks Baris

Matriks baris adalah matriks yang terdiri atas satu baris saja dengan beberapa kolom. Biasanya, ordo matriks seperti ini adalah $1 \times n$, dengan n banyak kolom pada matriks tersebut.

$$A_{1 \times n} = [a_{11} \quad a_{1\dots} \quad a_{1n}]$$

3. Matriks Persegi

Matriks persegi adalah matriks yang mempunyai banyak baris dan kolom sama atau berbentuk persegi. Matriks ini memiliki ordo $n \times n$.

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1\dots} & a_{1n} \\ a_{\dots 1} & a_{\dots\dots} & a_{\dots n} \\ a_{n1} & a_{n\dots} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

B. Jenis Matriks Ditinjau dari Elemen-Elemen Penyusunnya

1. Matriks Diagonal

Matriks persegi dengan pola “semua elemennya bernilai nol, kecuali elemen diagonal utama tidak semua nol” disebut matriks diagonal.

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{\dots\dots} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}$$

2. Matriks Segitiga

Matriks segitiga merupakan suatu matriks persegi berordo $n \times n$ dengan entry-entry matriks di bawah atau di atas diagonal utama semuanya bernilai nol membentuk segitiga.

➤ Segitiga atas

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{\dots 1} & a_{\dots 2} & a_{\dots\dots} & 0 \\ a_{n1} & a_{n3} & a_{n\dots} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

➤ Segitiga bawah

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1..} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{2..} & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{...} & a_{..n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}$$

3. Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks persegi yang elemen diagonal utamanya 1 dan elemen lainnya nol. Dinotasikan dengan I .

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TRANSPOSE DAN KESAMAAN MATRIKS

A. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah suatu bentuk operasi matriks dimana susunan baris diubah menjadi kolom dan susunan kolom diubah menjadi baris. Baris ke- p diubah menjadi kolom ke- p atau kolom ke- q diubah menjadi baris ke- q . Jika sebuah matriks A diubah menjadi transpose matriks A , maka notasi yang digunakan adalah A^T .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Contoh:

Lakukan tranpose matriks dari Matriks A yang diberikan di bawah ini :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

Pembahasan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

NOTE

Sifat-sifat Transpose Matriks

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A + B)^T = A^T + B^T$
3. $(A - B)^T = A^T - B^T$
4. $(kA)^T = k \cdot A^T$ dengan k adalah konstanta
5. $(AB)^T = B^T A^T$

Carilah hasil transpose matriks A yang memiliki ukuran 3×3 di bawah ini :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Pembahasan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

B. Kesamaan Dua Matriks

Misalnya $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah dua buah matriks yang berordo sama. Matriks A dikatakan sama dengan matriks B jika elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks bernilai sama.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Dimana ordo matriks A sama dengan ordo matriks B yaitu 2×2 , serta setiap entry yang seletak pada matriks A dan matriks B mempunyai nilai yang sama, $a_{ij} = b_{ij}$ (untuk semua nilai i dan j).

Contoh

Tentukan nilai a dan b dari kesamaan matriks berikut.

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

Pembahasan

Diketahui

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}, \text{ maka } a = -2 \text{ dan } b = 0$$

Tentukan nilai x, y, dan z dari kesamaan matriks berikut.

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & z-2 \\ 6z & -6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 8 & 3z \\ 2y & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

Pembahasan

Elemen baris ke-1 dan kolom ke-1 (a_{11}) : $2x - 4 = 2$

$$2x = 4 - 6$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Elemen baris ke-1 dan kolom ke-3 (a_{13}) : $3z = z - 2$

$$3z - z = -2$$

$$2z = -2$$

$$z = -1$$

Elemen baris ke-2 dan kolom ke-1 (a_{21}) : $2y = 6z$

$$2y = 6(-1)$$

$$2y = -6$$

$$y = -3$$

Jadi, nilai x, y, dan z berturut-turut adalah 3, -3, dan -1

ASAH KEMAMPUAN

- A. Cocokkan soal transpose dan kesamaan matriks berikut dengan salah satu jawaban yang paling benar

$$\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 & 1 \\ 3 & -7 & -2 & 9 \\ -6 & 8 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -6 & 7 \\ 10 & 5 & -1 \\ 9 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -6 \\ 5 & -7 & 8 \\ 7 & -2 & 0 \\ 1 & 9 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 10 & 9 \\ -6 & 5 & -2 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & \sqrt{100} \\ \sqrt{81} & 3 \end{pmatrix}$$

- B. Isilah soal kesamaan matriks dibawah ini!

1. Perhatikan matriks berikut.

$$\begin{pmatrix} 3a & 5 \\ 2b & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai a dan b.

2. Perhatikan matriks berikut.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai $2x + y$.

3. Perhatikan matriks berikut.

$$P = \begin{pmatrix} 4x & z \\ 4y & x+y+z \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 8 & 2x \\ 8z & 14 \end{pmatrix}$$

Jika matriks P sama dengan matriks Q, maka tentukan nilai x , y , dan z .