

Lembar Kerja Peserta Didik (Sifat-Sifat Limit Fungsi Trigonometri)

Kelompok :

Nama / No Absen

Anggota 1 :

Anggota 2 :

Anggota 3 :

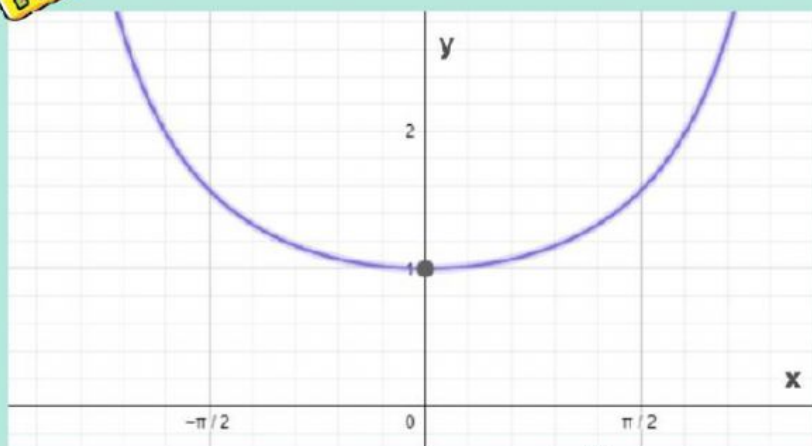
Anggota 4 :

Tujuan Pembelajaran :

- menentukan sifat-sifat limit fungsi trigonometri di suatu titik
- menyelesaikan masalah terkait sifat-sifat limit fungsi trigonometri di suatu titik



Aktivitas 1



Grafik di atas adalah grafik fungsi $y = \frac{x}{\sin x}$

Dari grafik terlihat bahwa, jika nilai x mendekati 0 dari kiri, maka nilai fungsi akan mendekati atau dapat ditulis $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sin x} = \text{$

Dari grafik juga terlihat bahwa, jika nilai x mendekati 0 dari kanan, maka nilai fungsi akan mendekati atau dapat ditulis $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sin x} = \text{$

Oleh karena limit kiri sama dengan limit kanan yaitu $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sin x} = \text{$ sehingga dapat dinyatakan :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \text{$$

SIFAT 1

Dengan langkah yang sama dengan Aktivitas 1, maka sifat-sifat dasar dari limit fungsi trigonometri yaitu :

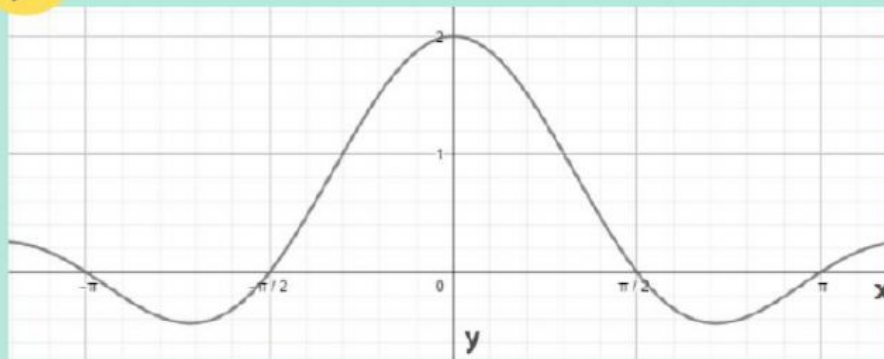


$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \square$$

**Aktivitas 2**

Grafik di atas adalah grafik fungsi $y = \frac{\sin 2x}{x}$

Dari grafik terlihat bahwa, jika nilai x mendekati 0 dari kiri, maka nilai fungsi akan mendekati $\square$ atau dapat ditulis $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x} = \square$

Dari grafik juga terlihat bahwa, jika nilai x mendekati 0 dari kanan, maka nilai fungsi akan mendekati $\square$ atau dapat ditulis $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x}{x} = \square$

Oleh karena limit kiri sama dengan limit kanan yaitu $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x}{x} = \square$ sehingga dapat dinyatakan : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \square$



Mari kita coba dengan perhitungan aljabar!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \cdot \frac{2}{2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \cdot \sin 2x}{2 \cdot x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} \right)$$

$$= \square \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\square} \right)$$

Misalkan $u = 2x$, untuk nilai $x \rightarrow 0$ maka nilai $2x \rightarrow 0$ atau $u \rightarrow 0$, sehingga :

$$= 2 \cdot \lim_{u \rightarrow 0} \left(\frac{\sin u}{u} \right)$$

$$= 2 \cdot \square \quad (\text{Gunakan Sifat 1})$$

$$= \square$$

SIFAT 2

Dengan langkah yang sama dengan Aktivitas 2, maka sifat-sifat dasar dari limit fungsi trigonometri yaitu :



$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin ax}{bx} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{ax}{\sin bx} \right) = \frac{\quad}{\quad} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan ax}{bx} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{ax}{\tan bx} \right) = \frac{\quad}{\quad}$$

**Aktivitas 3**

Tentukan nilai limit $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\sin 2x} \right)$ dengan memanfaatkan Sifat 1 dan Sifat 2

Jawab :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\sin 2x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\sin 2x} \cdot \frac{2x}{2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x \cdot \sin x}{2x \cdot \sin 2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x}{\sin 2x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\quad}{\quad} \right) \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\quad} \right) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \right) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\quad}{\quad} \right) \\ &= \left(\frac{\quad}{\quad} \right) \cdot \left(\frac{\quad}{\quad} \right) \cdot \left(\frac{\quad}{\quad} \right) \\ &= \frac{\quad}{\quad} \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\sin 2x} \right) = \frac{\quad}{\quad}$$

SIFAT 3

Dengan langkah yang sama dengan Aktivitas 3, maka sifat-sifat dasar dari limit fungsi trigonometri yaitu :



$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin ax}{\sin bx} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan ax}{\tan bx} \right) = \frac{\quad}{\quad} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin ax}{\tan bx} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan ax}{\sin bx} \right) = \frac{\quad}{\quad}$$