

EKSPONEN DAN LOGARITMA

A. Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan diskusi dengan menggunakan model problem based learning peserta didik dapat :

- menjelaskan definisi eksponen, pangkat bulat negatif dan nol dengan benar
- menjelaskan sifat pangkat bulat positif dengan benar
- menjelaskan pangkat pecahan dengan benar
- menggunakan sifat – sifat eksponen dalam menyelesaikan masalah dengan benar
- menjelaskan definisi bentuk akar dengan benar
- menyimpulkan hubungan bentuk akar dan bilangan berpangkat dengan benar
- menyelesaikan operasi pada bentuk akar dengan benar
- menjelaskan definisi logaritma dengan benar
- menjelaskan sifat logaritma dengan benar
- menggunakan sifat logaritma dalam pemecahan masalah yang relevan dengan benar

B. Materi Matematika

- Menemukan konsep eksponen

Definisi 1.1.

Misalkan a bilangan real dan n bilangan bulat positif. Notasi a^n menyatakan hasil kali bilangan a sebanyak n faktor, dapat ditulis $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$ dengan a sebagai basis bilangan dan n sebagai pangkat.

- Pangkat bulat negatif

Definisi 1.2.

Untuk a bilangan real dan $a \neq 0$, m bilangan bulat positif, didefinisikan

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

- Pangkat nol

Definisi 1.3.

Untuk a bilangan real dan $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Sifat – sifat pangkat bulat positif

- Jika a bilangan real, m dan n bilangan bulat positif maka $a^m \times a^n = a^{m+n}$

- Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif maka

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$$

- Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif, maka

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

- Pangkat pecahan

Definisi 1.4.

Misalkan a bilangan real dan $a \neq 0$, m bilangan bulat positif maka

$a^{\frac{1}{n}} = p$ adalah bilangan positif, sehingga $p^n = a$

Definisi 1.5.

Misalkan a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif

maka didefinisikan $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$

- Sifat pangkat pecahan

- Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{p}{n}$ dan $\frac{m}{n}$ adalah bilangan pecahan

$$n \neq 0, \text{ maka } \left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = (a)^{\frac{m+p}{n}}$$

- Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{q}$ adalah bilangan pecahan

$$\text{dengan } q, n \neq 0, \text{ maka } \left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = (a)^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$$

- Bentuk akar

Definisi 1.6.

Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{p}{q}$ adalah bilangan pecahan

dengan $q \neq 0, q \geq 2, a^{\frac{p}{q}} = c$, sehingga $c = \sqrt[q]{a^p}$ atau $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

- Hubungan bentuk akar dengan pangkat pecahan

- Operasi pada bentuk akar

- Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bentuk akar
- Operasi perkalian dan pembagian bentuk akar
- Merasionalkan penyebut bentuk akar

➤ Merasionalkan bentuk $\frac{p}{\sqrt{q}}$

➤ Merasionalkan bentuk $\frac{r}{p+\sqrt{q}}, \frac{r}{p-\sqrt{q}}, \frac{r}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$ dan $\frac{r}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$

➤ Merasionalkan bentuk $\sqrt{(p+q) \pm 2\sqrt{pq}}$

- Menemukan konsep logaritma

Definisi 1.7.

Misalkan

$a, b \in R, a > 0, a \neq 1, b > 0$, dan c rasional maka ${}^a\log b = c$ jika dan hanya jika $a^c = b$

dimana :

a disebut basis ($0 < a < 1$ dan $a > 1$)

b disebut numerus ($b > 0$)

c disebut hasil logaritma

- Sifat - sifat logaritma

- Sifat-sifat dasar logaritma

Misalkan a dan n bilangan real, $a \neq 1, a > 0$, maka :

1. ${}^a\log a = 1$
2. ${}^a\log 1 = 0$
3. ${}^a\log a^n = n$

- Sifat 7

Untuk a, b dan c bilangan real positif, $a \neq 1$, dan $b > 0$, berlaku

$${}^a\log(b \times c) = {}^a\log b + {}^a\log c$$

- Sifat 8

Untuk a, b dan c bilangan real positif dengan $a > 0, a \neq 1$, dan $b > 0$, berlaku

$${}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^a\log b - {}^a\log c$$

- Sifat 9

Untuk a, b dan n bilangan asli, $a > 0, b > 0, a \neq 1$, berlaku

$${}^a\log b^n = n {}^a\log b$$

- Sifat 10

Untuk a, b dan c bilangan real positif, $a \neq 1$, dan $b \neq 1$, dan $c \neq 1$, berlaku

$${}^a\log b = \frac{{}^c\log b}{{}^c\log a} = \frac{1}{{}^b\log a}$$

- Sifat 11

Untuk a, b dan c bilangan real positif, $a \neq 1$, dan $b \neq 1$, berlaku

$${}^a\log b \times {}^b\log c = {}^a\log c$$

- Sifat 12

Untuk a, b dan c bilangan real positif, $a \neq 1$, berlaku

$${}^a\log b^m = \frac{n}{m} ({}^a\log b) \text{ dengan } m, n \text{ bilangan rasional dan } m \neq 0$$

- Sifat 13

Untuk a dan b bilangan real positif, $a \neq 1$, berlaku

$$a^{a \log b} = b$$

PILIH LAH JAWABAN YANG PALING TEPAT.

1. Bentuk sederhana dari $3a^5 \times a^3$ adalah
A. $3a^8$ C. $3a^3$ E. a^{15}
B. $3a^{15}$ D. $3a^2$
2. Bentuk sederhana dari $(xy^2)^3 : (x^{-3}y^{-1})$ adalah
A. x^7y^6 C. x^6y^7 E. $x^{-6}y^7$
B. $x^{-6}y^{-7}$ D. x^6y^{-7}
3. $8 + (-2)^3 + 2(-5)^2 = \dots$
A. -50 C. 66 E. 38
B. 50 D. -66
4. Nilai dari $\left(\frac{16}{15}\right)^7 \times \left(\frac{81}{80}\right)^3 : \left(\frac{24}{25}\right)^5$ adalah
A. 8 C. 4 E. 1
B. 6 D. 2
5. Dari bilangan-bilangan di bawah ini yang termasuk bilangan bentuk akar adalah
A. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \sqrt{18}$ D. $\sqrt{5}, \sqrt{25}, \sqrt[3]{125}$
B. $\sqrt{4}, \sqrt[4]{14}, \sqrt[5]{64}$ E. $\sqrt{3}, \sqrt[3]{9}, \sqrt{18}$
C. $\sqrt{6}, \sqrt{18}, \sqrt{36}$
6. Bentuk sederhana dari $\sqrt[6]{\sqrt{p^2}}$ adalah
A. $p^{\frac{2}{3}}$ C. $p^{\frac{1}{6}}$ E. $p^{\frac{1}{12}}$
B. $p^{\frac{1}{3}}$ D. $p^{\frac{1}{8}}$
7. $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[5]{a} = \dots$
A. $\sqrt[15]{a^6}$ C. $\sqrt[15]{a^3}$ E. $\sqrt[15]{a^{11}}$
B. $\sqrt[15]{a^7}$ D. $\sqrt[15]{a^4}$
8. $-2\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125} = \dots$
A. $-3\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ E. $-6\sqrt{5}$
B. $-2\sqrt{5}$ D. $6\sqrt{5}$

9. Sebuah persegi panjang memiliki panjang 6 cm dan lebar 3 cm, panjang diagonalnya adalah

- A. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{7}$ E. $3\sqrt{5}$
B. $2\sqrt{13}$ D. $2\sqrt{11}$

10. Jika penyebut bilangan $\frac{6}{\sqrt{12}}$ dirasionalkan, bentuknya menjadi

....

- A. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ E. $2\sqrt{6}$
B. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$