



MATEMÁTICA V SECUNDARIA

Ficha 7: Suma y diferencia de ángulos

OBJETIVO

Seleccionar estrategias que permitan calcular las funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos; para luego aplicarlos en diversos problemas que no son únicamente para reducir expresiones, sino también para el cálculo de valores numéricos de funciones trigonométricas de ángulos desconocidos, así como también en la solución de problemas geométricos.

FÓRMULAS

A. Para la suma de dos ángulos

1. $\text{sen}(x + y) = \text{sen}x \text{cos}y + \text{sen}y \text{cos}x$
2. $\text{cos}(x + y) = \text{cos}x \text{cos}y - \text{sen}x \text{sen}y$

B. Para la diferencia de dos ángulos

1. $\text{sen}(x - y) = \text{sen}x \text{cos}y - \text{sen}y \text{cos}x$
2. $\text{cos}(x - y) = \text{cos}x \text{cos}y + \text{sen}x \text{sen}y$

APLICACIONES

Desarrollaremos los siguientes ejercicios:

1. Calcula $\text{sen}75^\circ$

tenemos que:

$$\text{sen}75^\circ = \text{sen}(45^\circ + 30^\circ) = \text{sen}45^\circ \text{cos}30^\circ + \text{sen}30^\circ \text{cos}45^\circ$$

reemplazando:

operando:

2. Reducir: $E = (\text{sena} + \text{cosa})(\text{senb} + \text{cosb})$

operando: $E = \text{sena} \text{senb} + \text{sena} \text{cosb} + \text{cosa} \text{senb} + \text{cosa} \text{cosb}$

$$E = \text{sen}(a + b) + \text{cos}(a - b)$$



Practicando en clase

1. Calcula "sen15°"

- a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
e) N.A.

2. Calcula "sen16°"

- a) 0,22 b) 0,32 c) 0,45
d) 0,28 e) 0,36

3. Reduce:

$$E = \frac{\text{sen}(x+y) - \text{sen } y \cos x}{\cos y}$$

- a) 1 b) senx c) cosx
d) tgx e) ctgx

4. Reduce:

$$E = \frac{\text{sen}(x+y) + \text{sen}(x-y)}{\cos x \cos y}$$

- a) 2 b) tgx c) tgy
d) 2tgx e) 2tgy

5. Demuestra que:

$$\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

6. Demuestra que:

$$\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta = \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

7. Calcula "cos8°"

- a) $0,7\overline{0}\sqrt{2}$ b) $0,5\overline{0}\sqrt{2}$ c) $0,3\overline{0}\sqrt{2}$
d) $0,9\overline{0}\sqrt{2}$ e) N.A.

8. Calcula:

$$E = \frac{\cos(60^\circ+x) + \cos(60^\circ-x)}{\cos x}$$

- a) 2 b) 1 c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $2\sqrt{3}$



9. Reduce:

$$E = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{\operatorname{sen}x \operatorname{sen}y}$$

- a) 1 b) 2 c) -2
d) $2\operatorname{ctg}x \operatorname{ctg}y$ e) $-2\operatorname{ctg}x \operatorname{ctg}y$

10. Calcula " $\operatorname{tg}8^\circ$ "

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{7}$

11. Si: $\operatorname{sen}a = \frac{1}{2}$; $a \in \text{IIC}$

$$\operatorname{cos}b = \frac{1}{\sqrt{2}} ; b \in \text{IVC}$$

calcula:

" $\operatorname{sen}(a+b)$ "

- a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ d) $\frac{-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$
e) N.A.

12. Con los datos anteriores, calcula:

" $\operatorname{cos}(\alpha + \beta)$ "

- a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ d) $\frac{-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$
e) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$