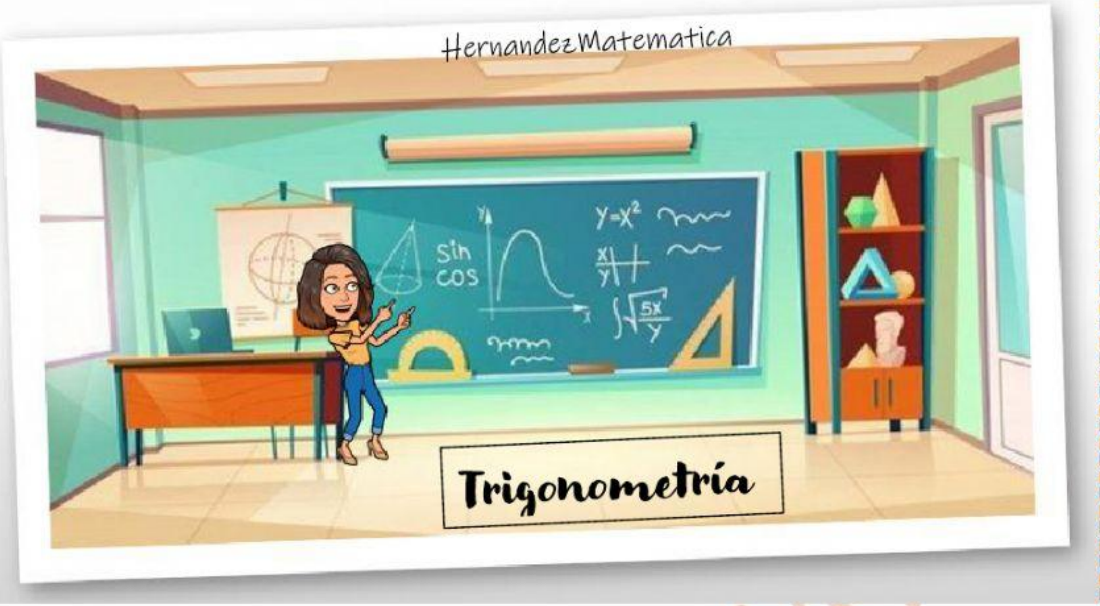
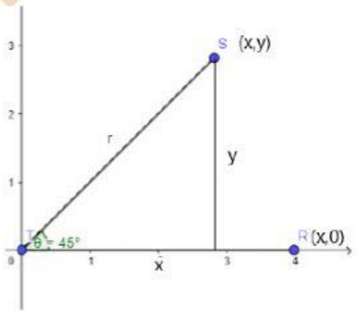


2.D.1.a Extensión de trigonometría: Valores para ángulos especiales en posición estándar

Un ángulo en posición estándar suele ser modelado utilizando ángulos ________. Pero una rotación completa conlleva la formación de los otros tipos de ____________, que también deben ser considerados en los numerosos problemas relacionados a las funciones trigonométricas.



Sea θ un ángulo agudo en posición ____________ en un sistema de coordenadas ______________, con un punto S(*x*, *y*) en el lado terminal de θ y donde *d* (T, S)= *r* $=\sqrt{x^2+y^2}$. Se forma el triángulo RTS, y sus correspondientes razones trigonométricas.

$$sen\ \theta = \frac{op}{hip} = — \qquad \cos\theta = \frac{ady}{hip} = — \qquad \tan\theta = \frac{op}{ady} = — \quad (x \neq 0)$$

$$csc\ \theta = \frac{hip}{op} = — \quad (x \neq 0) \qquad \sec\theta = \frac{hip}{ady} = — \ (x \neq 0) \qquad \cot\theta = \frac{ady}{op} = — \quad (x \neq 0)$$

Esta demostración está basada en un ángulo agudo, pero debido a la semejanza de ángulos y las diferentes medidas que asumen para completar una rotación se puede aplicar a cualquier ángulo.

En cuanto a los dominios, las funciones seno y coseno se incluyen en todos los ángulos. Sin embargo, como se puede observar en la demostración arriba, la en el caso de la $tan\ \theta\ y\ sec\ \theta$ no están definidas en $x = 0$, ya que el lado terminal de θ está en el eje de y. Por lo que los dominios están formados por todos los ángulos, excepto todos los que midan $\left(\frac{\pi}{2}\right) + \pi n$ en radianes para cualquier entero n. Por ejemplo: $\pm\frac{\pi}{2}$ $(\pm 90°)$, $\pm\frac{3\pi}{2}$ $(\pm 270°)$ y $\pm\frac{5\pi}{2}$ y $(\pm 450°)$ y así sucesivamente. Igualmente sucede con los dominios de las funciones cotangente y cosecante formados por todos los ángulos, excepto cuando $cot\ \theta\ y\ csc\ \theta$, donde y=0, no está definida ya que el lado terminal está sobre el eje de x. Por lo que los dominios están formados por todos los ángulos, excepto todos los que midan πn en radianes para cualquier entero n. Por ejemplo: $\pm\pi\ (180°)$, $\pm 2\pi\ (360°), 3\pi(540°)$ y así, sucesivamente.

Como n denota cualquier número entero, y ya demostrado en la ilustración anterior el punto S(*x*, *y*), se establecer que | *x* |≤ *r* y | *y* |≤ *r* o bien, lo que es equivalente,$|{}^{x}/_{r}| \leq 1$ y $|{}^{y}/_{r}| \leq 1$. Por tanto, los dominios de las funciones serán |sen θ|≤ 1, |cos θ| |≤ 1, |csc θ| |≥ 1 y |sec θ| |≥ 1.

Función Trigonométrica		Dominio	Excepción Radianes				Excepción Grados			
seno	coseno	Cualquier ángulo θ								
tangente	secante	Cualquier ángulo θ, excepto $\left(\frac{\pi}{2}\right) + \pi n$	$\frac{\pi}{\ }$	$\frac{\pi}{\ }$	$\frac{\pi}{\ }$	$\frac{\pi}{\ }$	°	°	°	°
cotangente	cosecante	Cualquier ángulo θ, $\pi n + \pi n$	π	π	π	π	°	°	°	°

Ejemplo 1: Encontrar el ángulo en posición estándar en un sistema de coordenadas

Si θ es un ángulo en posición estándar en un sistema de coordenadas rectangulares y el punto S (5, 12) está en el lado terminal de θ, encuentre los valores de las seis funciones trigonométricas de θ.

Paso 1: Determine qué información tienen disponible, x=5, y=12

Paso 2: Halle el valor de r, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{5^2 + 12^2}$$
$$r = \sqrt{25 + 144}$$
$$r = \sqrt{169}$$
$$r = 13$$

Paso 3: Sustituya en las seis funciones trigonométricas

S(*x*, *y*)	*sen θ*	*cos θ*	*tan θ*	*sec θ*	*csc θ*	*cot θ*
S(5,12)	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{5}{12}$

Práctica 1: Encontrar el ángulo en posición estándar en un sistema de coordenadas

Si θ es un ángulo en posición estándar en un sistema de coordenadas rectangulares y el punto S (3, 4) está en el lado terminal de θ, encuentre los valores de las seis funciones trigonométricas de θ.

Paso 1: Determine qué información tienen disponible, x=3, y=4

Paso 2: Halle el valor de r, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{\quad^2 + \quad^2}$$
$$r = \sqrt{\quad + \quad}$$
$$r = \sqrt{\quad}$$
$$r =$$

Paso 3: Sustituya en las seis funciones trigonométricas

S(*x*, *y*)	*sen θ*	*cos θ*	*tan θ*	*sec θ*	*csc θ*	*cot θ*
S(3,4)	—	—	—	—	—	—

EJERCICIOS

Encuentre los valores exactos de las seis funciones trigonométricas de θ si θ está en posición estándar y S en el lado terminal.

S (x, y)	$sen\ \theta$	$cos\ \theta$	$tan\ \theta$	$sec\ \theta$	$csc\ \theta$	$cot\ \theta$
S (3,-4)	—	—	—	—	—	—
S (-8,-15)	—	—	— = —	—	—	—
S (7,24)	—	—	—	—	—	—
S(-9,40)	—	—	—	—	—	—
S(11,-60)	—	—	—	—	—	—
S(12,35)	—	—	—	—	—	—
S(-16,-63)	—	—	— = —	—	—	—
S(20,21)	—	—	—	—	—	—
S(28,45)	—	—	—	—	—	—
S(36,77)	—	—	—	—	—	—