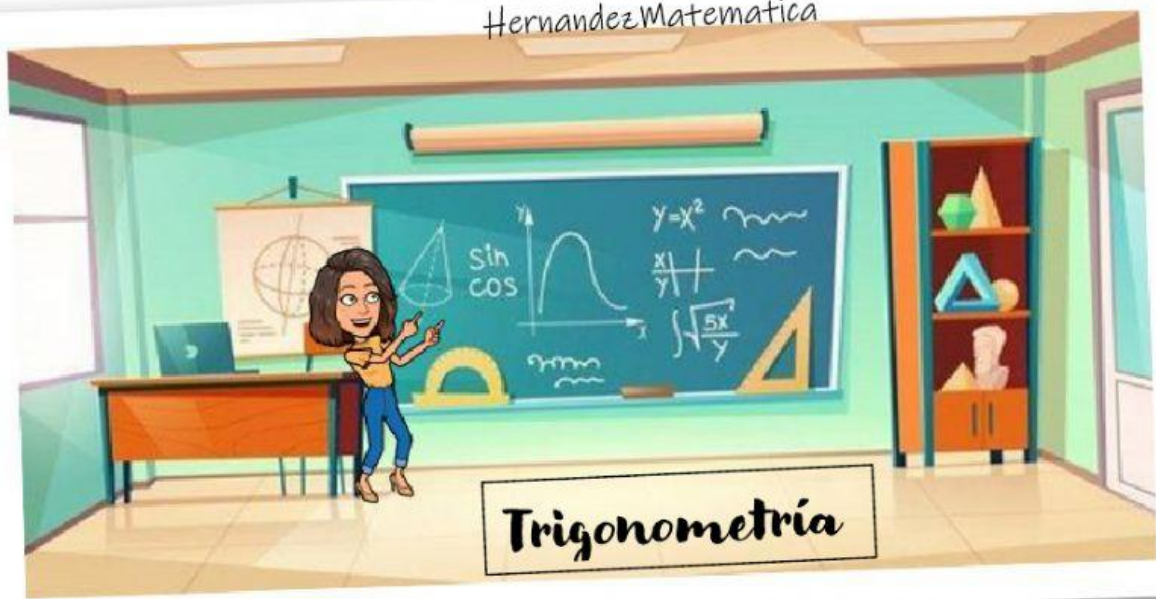


HernandezMatematica



2.B.1.b Triángulos rectángulos especiales: Deducir ángulos de triángulos 30° - 60° - 90°

Los triángulos están clasificados por ángulos y por lados. Dentro de ambas categorías existen casos especiales con características de regularidad que permiten establecer patrones y desarrollar fórmulas que permiten realizar cálculos de forma más rápida y sencilla. Existen tres tipos de triángulos que poseen ángulos que son de gran utilidad, estos son: 45° - 45° - 90° , 30° - 60° - 90° y 60° - 30° - 90° . "Los ángulos de estos triángulos son tales que el ángulo más grande (recto), que es de 90 grados o $\frac{\pi}{2}$ radianes, es igual a la suma de los otros dos ángulos" (Wikipedia).

Realice (a) la construcción del triángulo 30° - 60° - 90° y 60° - 30° - 90° y (b) encuentre los valores de las seis funciones trigonométricas para cada triángulo.

1. Construya un triángulo equilátero cuyos lados midan 2 unidades desde el origen.

2. Trace una bisectriz perpendicular desde el centro de la base (forme la altura).

3. Utilice el Teorema de Pitágoras para calcular la altura.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

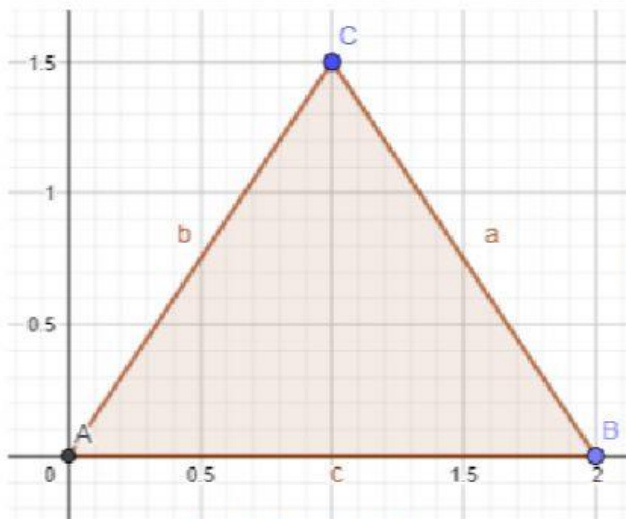
$$c = 2a$$

$$b = \sqrt{(2a)^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{4a^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{3a^2}$$

$$b = a\sqrt{3}$$



30°-60°-90°

$\sqrt{3}$

60°-30°-90°

θ

2

1

$\angle$

$\angle$

2

1

θ

El resultado de las medidas de los lados debe tener una proporción 1:2:3.

4. Rotule el ángulo recto (90) grados.

5. Al ser un triángulo rectángulo divida 90 entre tres los dos ángulos restantes y asigne utilizando la relación lado-ángulo.

6. En el triángulo 1, rotule el ángulo superior como el ángulo de referencia θ .

7. En el triángulo 2, rotule el ángulo de la base como el ángulo de referencia θ .

8. Realice los cálculos de los valores de las seis funciones trigonométricas, utilizando SOH CAH TOA y sus tres recíprocos.

9. Luego racionalice los resultados que sean necesarios

30°-60°-90°

$\sin 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\cos 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\tan 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$
$\csc 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\sec 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\cot 30 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$

60°-30°-90°

$\sin 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\cos 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\tan 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$
$\csc 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\sec 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$	$\cot 60 = \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} -$

El triángulo rectángulo especial 30°-60°-90° y 60°-30°-90° tiene razones trigonométricas cuyo denominador es la raíz cuadrada de un número dado. Se debe evitar tener un número irracional en el denominador. Por tal razón se racionaliza, para realizar este proceso se multiplica ambos términos de la fracción por el número irracional.

Racionalice los siguientes valores obtenidos en la tabla anterior

30°-60°-90°	
$\text{Sin } 30 = \frac{1}{2}$	$\text{Csc } 30 = \frac{2}{1} =$
$\text{Cos } 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{Sec } 30 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\text{Tan } 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\text{Cot } 30 = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$
60°-30°-90°	
$\text{Sen } 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{Csc } 60 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\text{Cos } 60 = \frac{1}{2}$	$\text{Sec } 60 = \frac{2}{1} =$
$\text{Cot } 60 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\text{Tan } 60 = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$