



INSTITUCIÓN EDUCATIVA VICENTE ROCAFUERTE
QUITO - ECUADOR

EJERCICIOS DE RECUPERACIÓN CUARTO PARCIAL
AÑO LECTIVO 2020 – 2021

DOCENTES	DISCIPLINA ACADÉMICA		NOTA
Lic. Diana Díaz, Msc. Fátima Haz	MATEMÁTICA		
ESTUDIANTE	CURSO/PARALELO	FECHA	
	2 ^{do} Año		

TEMA: DERIVADAS DE FUNCIONES POLINOMIALES DE GRADO ≤4

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO: Interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) y física del cociente incremental (velocidad media) de funciones polinomiales de grado ≤4



Recuerda que...

Dada una función f definida en un subconjunto A de \mathbb{R} , esta es derivable en $x \in A$ si y solo si existe

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

En tal caso, este límite es notado $\frac{df}{dx}(x), f'(x)$ llamado derivada de f en x .

El proceso de cálculo de la derivada consiste en formar el cociente incremental:

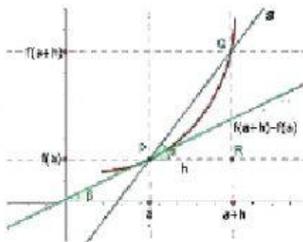
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

donde $x \in A, h \in \mathbb{R}$ con $h \neq 0, x+h \in A$.

A continuación, se realizan los cálculos pertinentes en el cociente incremental, para simplificar. Luego se hace $|h|$ suficientemente pequeño, y se calcula

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Al cociente incremental se le denomina también tasa de variación de la función f en x .



COCIENTE INCREMENTAL

La expresión $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ es conocida como *Cociente Incremental* el cual indica el incremento de la variable y con respecto a la variable x

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL COCIENTE INCREMENTAL

RECTA SECANTE

$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

- Esta expresión corresponde a la pendiente de la recta secante a la gráfica en los puntos a y $a+h$.
- El cociente entre la variación de la función y la de la variable

*Nos habla por tanto del crecimiento medio de la función en el intervalo $(a, a+h)$

RECTA TANGENTE

- Si ahora hacemos h muy pequeño, $a+h$ se va acercando al punto a , si calculamos el límite para obtener la derivada:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- Esta expresión corresponde ahora a la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto a .
- Se refiere al crecimiento instantáneo de la función en el punto $x=a$

- Dada una función $f(x)$ se define su derivada en el punto $x=a$ como el siguiente límite:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- Si dicho límite existe y es finito, podemos decir que la función $f(x)$ es derivable en el punto $x=a$.
- Por ejemplo, si $f(x)=x^2-5$, vamos a ver su derivada en $x=1$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^2 - 5 - (1^2 - 5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + 2h + h^2 - 5 - 1 + 5}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2 + h) = 2$$



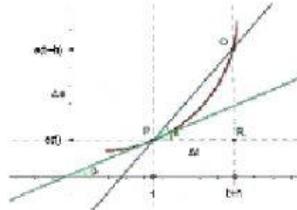
INSTITUCIÓN EDUCATIVA VICENTE ROCAFUERTE

QUITO - ECUADOR

INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LA PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA

¿Porque se habla de derivada?

La velocidad de un objeto tiene variaciones. La derivada calculará una de esas variaciones en un momento muy pequeño.



Ubique la expresión matemática que corresponda a la velocidad.

Velocidad Promedio

La velocidad promedio se usa cuando se requiere mirar la variación entre un intervalo.

$$v_i = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e(t+h) - e(t)}{h}$$

$$v_m = \frac{e(t+h) - e(t)}{h}$$

Velocidad instantánea

Se usa para hallar la velocidad en un momento determinado

ELEGIR LA RESPUESTA

La derivada de una función $f(x)$ en un punto $x=a$ es el valor del _____, si existe del cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero.

Cuando una cantidad variable pasa de un valor inicial a otro valor, se dice que ha tenido un _____

Geoméricamente el cociente incremental representa la pendiente de la recta _____

Interpretación física de la segunda derivada (aceleración media)

La variación de la velocidad se la obtiene mediante la diferencia entre V_1 y V_2 . Se define la **aceleración media** entre los puntos P_1 y P_2 como:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La dirección y sentido de la velocidad puede ser iguales al vector variación de la velocidad.

Interpretación física de la segunda derivada (aceleración instantánea)

Se define a la **aceleración instantánea** como el límite al que tiende la aceleración media cuando Δt tiende a 0, es decir, la **pendiente instantánea del vector velocidad**, o también como la **segunda derivada del desplazamiento en función del t**.

Tenemos que la **aceleración instantánea**:

$$a = v'(t) = v''(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La dirección y sentido de la **aceleración instantánea**, generalmente, no concuerda con el del vector velocidad, sino que también depende del cambio que existiera en ese.

3 Calcula la primera derivada de las siguientes funciones polinómicas de grado ≤ 4 .

a) $f(x) = 4 - 5x^2 + 7x^3$, $x \in \mathbb{R}$.

b) $f(x) = -x + 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

c) $f(x) = -5x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

d) $f(x) = x^4 - 2x + 4$, $x \in \mathbb{R}$.

SOLUCIONES

$f'(x) = -5$

$f'(x) = 4x^3 - 2$

$f'(x) = -1 + 6x$

$f'(x) = -10x + 21x^2$



COMPLETA LA INFORMACIÓN:

6

Se observa el movimiento que describe una partícula determinada por la expresión $S(t) = 2t^3 - 6t^2 + 28t - 10$, donde $S(t)$ representa la distancia recorrida por la partícula medida en metros, y t representa el tiempo transcurrido en segundos.

- a) **Determina** la posición, velocidad y aceleración de la partícula en los siguientes instantes: $t = 0s$, $t = 1s$, $t = 5s$, $t = 10s$.

Posición: $S(t) = 2t^3 - 6t^2 + 28t - 10$	Velocidad: $S'(t) = 6t^2 - 12t + 28$	Aceleración: $S''(t) = 12t - 12$
$S(0) =$	$S'(0) =$	$S''(0) =$
$S(1) =$	$S'(1) =$	$S''(1) =$
$S(5) =$	$S'(5) =$	$S''(5) =$
$S(10) =$	$S'(10) =$	$S''(10) =$

RESUELVE CADA EJERCICIO Y SELECCIONA LA RESPUESTA CORRECTA

7

Sea $p(x) = x^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Entonces,

$$\frac{dp(x)}{dx}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^4 - x^4}{h}$$

La primera derivada es igual a:

- a) $p'(x) = 4x^4 + 4$.
- b) $p'(x) = 3x^4 + 4$.
- c) $p'(x) = 3x^4$.
- d) $p'(x) = 4x^3$.

8

La segunda derivada del polinomio anterior, $\frac{d^2p}{dx^2}(x)$, es:

- a) $p''(x) = 14x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- b) $p''(x) = 12x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- c) $p''(x) = 14x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- d) $p''(x) = 12x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$.