



ECUACIONES BICUADRADAS

Las **ecuaciones bicuadradas** son ecuaciones que tienen una forma similar a las **ecuaciones de segundo grado completas**.

Las **ecuaciones bicuadradas**, se diferencian de las anteriores en que los exponentes están multiplicados por 2, de ahí que su nombre sean ecuaciones bi-cuadradas (el doble de una ecuación cuadrática). Ésta es su forma general:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Son ecuaciones de **cuarto grado** que tienen 4 soluciones.



¿Cómo resolvemos ecuaciones bicuadradas?

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

1. Realizamos el **cambio de variable** de la siguiente manera:

$$x^4 = t^2$$

$$x^2 = t$$

$$\text{Nueva ecuación: } t^2 - 10t + 9 = 0$$

2. Aplicamos la **fórmula general** para resolver la ecuación de segundo grado:

$$a = 1 \quad b = -10 \quad c = 9$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{-(-10) + \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)} = 9$$

$$t_2 = \frac{-(-10) - \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)} = 1$$

3. Se obtienen 2 soluciones, para la variable "t". Necesitamos **deshacer el cambio de variable** para obtener 4 soluciones de "x" de la ecuación original.

$$x^2 = t \rightarrow x = \pm\sqrt{t}$$

$$\pm\sqrt{t_1} \rightarrow x_1; x_2$$

$$\pm\sqrt{t_2} \rightarrow x_3; x_4$$

$$\pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = +3 \\ x_2 = -3$$

$$\pm\sqrt{1} \rightarrow x_3 = +1 \\ x_4 = -1$$



EJEMPLOS:

1. Resolver y factorizar la siguiente ecuación bicuadrada:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^4 = t^2 \quad x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -13 \quad c = 36$$

$$t_1 = \frac{-(-13) + \sqrt{(-13)^2 - 4(1)(36)}}{2(1)} = 9$$

$$t_2 = \frac{-(-13) - \sqrt{(-13)^2 - 4(1)(36)}}{2(1)} = 4$$

$$\pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = +3 \quad \pm\sqrt{4} \rightarrow x_3 = +2$$

$$x_2 = -3 \quad x_4 = -2$$

2. Resolver y factorizar la siguiente ecuación bicuadrada:

$$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$$

$$x^4 = t^2 \quad x^2 = t$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6$$

$$t_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = 3$$

$$t_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = 2$$

$$\pm\sqrt{3} \rightarrow x_1 = +\sqrt{3} \quad \pm\sqrt{2} \rightarrow x_3 = +\sqrt{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{3} \quad x_4 = -\sqrt{2}$$

3. Resolver y factorizar la siguiente ecuación bicuadrada:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline t^2 & t^2 \\ \hline t & t \\ \hline \end{array}$$

$$x^4 - 34x^2 + 225 = 0$$

$$x^4 = \square \quad x^2 = \square$$

$$\square - 34\square + 225 = 0$$

$$a = \square \quad b = \square \quad c = \square$$

$$\square = \frac{-\square + \sqrt{(\square)^2 - 4(\square)(\square)}}{2(\square)} = \square$$



$$\boxed{} = \frac{-\boxed{} - \sqrt{(\boxed{})^2 - 4(\boxed{})(\boxed{})}}{2(\boxed{})} = \boxed{}$$

$$\pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix} \quad \pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix}$$

4. Resolver:

$$x^4 - 68x^2 + 256 = 0$$

$$\begin{matrix} \boxed{t^2} & \boxed{t^2} \\ \boxed{t} & \boxed{t} \end{matrix}$$

$$x^4 = \boxed{} \quad x^2 = \boxed{}$$

$$\boxed{} - 68\boxed{} + 256 = 0$$

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \frac{-\boxed{} + \sqrt{(\boxed{})^2 - 4(\boxed{})(\boxed{})}}{2(\boxed{})} = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \frac{-\boxed{} - \sqrt{(\boxed{})^2 - 4(\boxed{})(\boxed{})}}{2(\boxed{})} = \boxed{}$$

$$\pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix} \quad \pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix}$$

5. Resolver:

$$x^4 - 50x^2 + 49 = 0$$

$$x^4 = \boxed{} \quad x^2 = \boxed{}$$

$$\boxed{} - 50\boxed{} + \boxed{} = 0$$

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \frac{-\boxed{} + \sqrt{(\boxed{})^2 - 4(\boxed{})(\boxed{})}}{2(\boxed{})} = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \frac{-\boxed{} - \sqrt{(\boxed{})^2 - 4(\boxed{})(\boxed{})}}{2(\boxed{})} = \boxed{}$$

$$\pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix} \quad \pm \sqrt{\boxed{}} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \boxed{} \\ x_2 = \boxed{} \end{matrix}$$



6. Resolver:

$$(x^2 + 3)^2 = 16x^2 - 15$$

Indicar la menor solución.