dad Departamento de Aplicación Docente	**Matemática IV**	Profesora: • Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	**Tema:** **CONJUNTO DE NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE C): "OPERACIONES EN |C"**	Año: 2021

OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

En el tema de números complejos, vamos a ir revisando juntos a lo largo de las distintas actividades, los siguientes temas:

- **Adición de números complejos.**
- **Sustracción de números complejos.**
- **Multiplicación de números complejos.**

➢ ADICIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS:

La suma es una operación en |C, es decir que la suma de dos números complejos es siempre otro número complejo.

- Se suman las partes reales
- Se suman las partes imaginarias.

$$(a + b\,i) + (c + di) = (a + c) + (b + d)\,i$$

Por ejemplo:

Resolver:

1) $(-3 + 3i) + (7 - 2i) =$ **(Eliminamos paréntesis)**

$-3 + 3i + 7 - 2i =$ ***(Aplicamos propiedad conmutativa)***

$-3 + 7 + 3i - 2i =$ ***(Aplicamos propiedad asociativa y factor común, sumando términos***

$(-3 + 7) + (3 - 2)\,i =$ ***semejantes)***

$4 + 1\,i$ ***(Resolvemos términos semejantes)***

LIVEWORKSHEETS

2) De la misma manera podemos sumar números Complejos con parte real irracional:

$$(6\sqrt{3} + 8\,i) + (4\sqrt{3} + 2\,i) =$$

$$(6\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) + (8 + 2)\,i =$$

$$10\sqrt{3} + 10\,i$$

- **SUSTRACCÓN O RESTA DE NÚMEROS COMPLEJOS:**

La resta de dos números complejos es otro número que se obtiene sumando al minuendo el opuesto del sustraendo.

(a + b i) - (c + d i) = Sumo el opuesto
(a + b i) + (- c - d i) = Resuelvo como una suma
(a - c) + (b - d) i

Por ejemplo:

Resolver:

1) **(− 3 + 3 *i*) - (7 – 2 *i*) = (Sumamos el opuesto)**

− 3 + 3 *i* + (-7 + 2 *i*) = *(Aplicamos propiedad conmutativa)*

− 3 - 7 + 3 *i* + 2 *i* = *(Aplicamos propiedad asociativa y factor común, sumando términos*

(− 3 - 7) + (3 + 2) *i* = *semejantes)*

- 10 + 5 i *(Resolvemos términos semejantes)*

LIVEWORKSHEETS

Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesora: • Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	Tema: CONJUNTO DE NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE C): "OPERACIONES EN $\mathbb{C}$"	Año: 2021

1) Resolver las siguientes operaciones en el cuadernillo o carpeta y unir con flechas el resultado correcto:

a) $(3-6i)+(-4-5i)=$

b) $(1-i)-(7+3i)=$

c) $7+(2+3i)-(-1-9i)=$

d) $(\sqrt{3}-i)-(\sqrt{3}-i)=$

e) $\left(\frac{2}{3}-4i\right)-\left(\frac{1}{5}-\frac{4}{3}i\right)=$

- $z=0$
- $z=10+12i$
- $z=\frac{7}{15}-\frac{8}{3}i$
- $z=-6-4i$
- $z=-1-11i$

➢ **MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS:**

- **Multiplicación de números complejos "Imaginarios puros"**

Por ejemplo:

Resolver:

$(3i).(-2i)=$ (Aplicamos propiedad conmutativa)

$3.(-2).(i).(i)=$ (Aplicamos propiedad suma de potencias de igual base)

$-6.\boxed{i^2}=$ ⟶ $i^2=-1$ (Por definición)

$-6.(-1)=$

6

Observa que el producto de dos números imaginarios puros es un número real

LIVEWORKSHEETS

Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesora: • Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	Tema: CONJUNTO DE NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE C): "OPERACIONES EN |C"	Año: 2021

- **Multiplicación de números complejos**

Recordemos multiplicación de expresiones algebraicas usando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned}(6x + 8)(4x + 2) &= 6x(4x) + 6x(2) + 8(4x) + 8 \,.\, (2)\\ &= 24x^2 + 12x + 32x + 16\\ &= 24x^2 + 44x + 16\end{aligned}$$

La multiplicación es una operación en |C, es decir que la multiplicación de dos números complejos es siempre otro número complejo.

Para definir el producto de los complejos $z_1 = a + b\,i$ y $z_2 = c + d\,i$

Se tiene en cuenta que se mantiene la validez de la **propiedad distributiva**, entonces cuando las componentes están expresadas en forma **binómica**, se multiplican como si fuesen binomios comunes, tomando en cuenta que el producto de las componentes imaginarias es un número real, ya que $i^2 = -1$

Entonces para multiplicar los complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ se procede de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}(a + bi)\cdot(c + di) &= a\cdot c + adi + bci + bdi^2\\ &= a\cdot c + adi + bci + bd\cdot(-1)\end{aligned}$$

Por ejemplo:

Resolver:

1)

$$\begin{aligned}(6 + 8i)\,.\,(4 + 2i) &= 6\,.\,4 + 6.\,2\,i + 8\,i\,.\,4 + 8\,i\,.\,2\,i\\ &= 24 + \underbrace{12\,i + 32\,i} + 16\,i^2\\ &= 24 + 44\,i + 16\,(-1)\\ &= 24 + 44\,i - 16\\ &= 8 + 44i\end{aligned}$$

LIVEWORKSHEETS

Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesora: • Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	Tema: CONJUNTO DE NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE C): "OPERACIONES EN $\mathbb{C}$"	Año: 2021

2)

$$
\begin{aligned}
(6+8i).(6-8i) &= 6.6 + 6.(-8i) + 8i.6 + 8i.(-8i) \\
&= 6^2 - \cancel{48i} + \cancel{48i} - (8i)^2 \\
&= 6^2 - (8i)^2 \\
&= 36 - 64\, i^2 \\
&= 36 - 64.(-1) \\
&= 36 + 64 \\
&= 100
\end{aligned}
$$

Responder:

a) **¿Cómo son los números complejos $6 + 8i$ y $6 - 8i$?.....**

b) **¿Podríamos hacer el ejemplo 2) de una forma más sencilla?.....**

$$
\begin{aligned}
\underbrace{(6+8i).(6-8i)} &= 6.6 + 6.(-8i) + 8i.6 + 8i.(-8i) \\
&= 6^2 - \cancel{48i} + \cancel{48i} - (8i)^2 \\
&= 6^2 - (8i)^2 \\
&= 6^2 - 8^2\, i^2 \\
&= 6^2 - 8^2.(-1) \\
&= 6^2 + 8^2 \\
&= 36 + 64 \\
&= 100
\end{aligned}
$$

Estos pasos se pueden suprimir

Se puede generalizar entonces, enunciando la regla general:

El producto entre un número complejo y su conjugado es un número real:

$$z \cdot \bar{z} = (a+bi)\cdot(a-bi) = a^2 - (bi)^2 = a^2 - b^2 . i^2 = a^2 - b^2 . (-1) = a^2 + b^2$$

Es decir, que el producto de dos complejos conjugados es igual a la suma de los cuadrados de sus componentes

LIVEWORKSHEETS

Departamento de Aplicación Docente	Matemática IV	Profesora: • Vanina Iannizzotto
Cursos: 4° año	Tema: CONJUNTO DE NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE C): "OPERACIONES EN $\mathbb{C}$"	Año: 2021

2) Efectuar las siguientes multiplicaciones y ubicar el resultado en forma correcta:

a) $i \cdot (-1-4i) =$

b) $(-5+4i)\cdot(-3i) =$

c) $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}-\frac{2}{5}i\right) =$

d) $(-6+8i)\cdot(6-8i) =$

$z = -i + 4$ $\qquad$ $z = 12 + 15i$

$z = \frac{9}{40} - \frac{53}{40}i$ $\qquad$ $z = 20 + 96i$

3) Resolver las siguiente multiplicaciones en el cuadernillo o carpeta y elegir la respuesta correcta:

a) $(2-3i)\cdot(2+3i) =$

13 | - 9 | -13i | 9 i

b) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\,i\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\,i\right) =$

13 | 5 | -1 | 5i

c) $(1-5i)\cdot(1+5i) =$

6 | 4i | -24 | 26

d) $\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\,i\right)\cdot\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\,i\right) =$

11 | - 9 | 30 | 9 i

LIVEWORKSHEETS