

INTERIOR DARI H

(H_i)

Definisi

Diketahui (S, σ) suatu ruang Topologi, dan H suatu himpunan

Interior dari H ditulis dengan simbol " H_i ", dan definisi dari H_i sebagai berikut

H_i : adalah union semua open set yang termuat di dalam H

H_i : adalah open set yang terbesar yang termuat di dalam H

Contoh:

$S = \{a, b, c, d, e\}$, dan $\sigma = \{\emptyset, \{c\}, \{d\}, \{c, d\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, S\}$

Tentukan interior dari himpunan-himpunan di bawah

- $A = \{a\}$
- $B = \{c\}$
- $C = \{a, c\}$
- $D = \{b, c, d\}$
- $E = \{a, c, d\}$
- $F = \{b, c, d, e\}$
- $G = \{\emptyset\}$
- $H = \{s\}$

Penyelesaian:

Karena σ merupakan Topologi untuk S, maka setiap anggota σ merupakan suatu open set

d) $D = \{b, c, d\}$ Maka D_i adalah union semua open set yang termuat dalam D

$$\begin{aligned} D_i &= \emptyset \cup \{c\} \cup \{d\} \cup \{c, d\} \\ &= \{c, d\} \end{aligned}$$

Dst yang lain silahkan diselesaikan!

Theorema:

- H_i pasti open set
- $H_i \subseteq H$
- H open set bila hanya bila $H_i = H$
- $(H_i)_i = H$
- $\emptyset_i = \emptyset$
- $S_i = S$

Bukti:

- 1) H_i pasti open set hal ini jelas dari definisi
- 2) $H_i \subseteq H$ hal ini jelas juga dari definisi
- 3) H open set bila hanya bila $H_i = H$

i) Diketahui : H open set

Akan dibuktikan $H_i = H$

Bukti:

ingat definisi, H_i adalah open set terbesar yang teremuat dalam H , karena diketahui H open set dan $H_i \subseteq H$ maka pastilah $H_i = H$.

ii) Diketahui $H_i = H$

Akan dibuktikan H open set

Bukti: jelas dari definisi, H_i adalah open set terbesar yang memuat H dan diketahui $H_i = H$, pastilah H juga open set.

Jadi, terbukti **H open set bila hanya bila $H_i = H$**

- 4) $(H_i)_i = H \rightarrow$ jelas, sebab H_i open set
- 5) $\emptyset_i = \emptyset \rightarrow$ jelas, sebab \emptyset open set
- 6) $S_i = S \rightarrow$ jelas, sebab S open set

Soal.

1. $S = \mathbb{R}$ himpunan bilangan real yang dilengkapi dengan usually topologi. Tentukan interior dari:

- a) $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$
- b) $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$
- c) $C = \{x \mid -2 \leq x < 3 \text{ atau } x \geq 5\}$
- d) $D = \{x \mid x \text{ adalah } 5 \text{ bilangan ganjil yang pertama}\}$
- e) $E = \{x \mid x \text{ bilangan prima genap}\}$

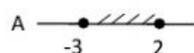
Penyelesaian :

Untuk mencari Interior dari himpunan A di atas, diselidiki apakah himpunan A tersebut open set apa tidak, jika himpunan A tersebut open set maka interior dari himpunan A itu adalah A sendiri,

tetapi jika A tidak open set maka anggota dari himpunan A tersebut dikurangi sedemikian sehingga menjadi open set terbesar yang termuat didalam Himpunan tersebut

Jawab:

a) $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$



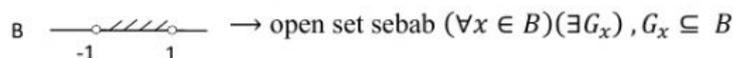
A tidak open, sebab $-3, 2 \in A$ tetapi $G_{-3}, G_2 \not\subseteq A$ maka $A_i \neq A$

$A - \{-3, 2\} = \{x \mid -3 < x < 2\}$ open set sebab $(\forall x \in A - \{-3, 2\}) (\exists G_x) G_x \subseteq A - \{-3, 2\}$

$(A - \{-3, 2\})$ open set dan merupakan open set terbesar yang termuat dalam A jadi

$A_i = A - \{-3, 2\}$

b) $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$



Jadi, $B_i = B$

Untuk soal no c), d) dan e) silahkan tentukan interiornya!

2. $S = \mathbb{R}$ himpunan bilangan real yang dilengkapi dengan **Discrete Topologi**. Tentukan interior dari:

a. $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$

b. $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$

c. $C = \{x \mid -2 \leq x < 3 \text{ atau } x \geq 5\}$

d. $D = \{x \mid x \text{ adalah } 5 \text{ bilangan ganjil yang pertama}\}$

e. $E = \{x \mid x \text{ bilangan prima genap}\}$

3. $S = \mathbb{R}$ himpunan bilangan real yang dilengkapi dengan **Indiscrete Topologi**. Tentukan interior dari:

a. $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$

b. $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$

c. $C = \{x \mid -2 \leq x < 3 \text{ atau } x \geq 5\}$

$$d. D = \{x | x \text{ adalah 5 bilangan ganjil yang pertama}\}$$

$$e. E = \{x | x \text{ bilangan prima genap}\}$$

4. $S = \mathbb{R}$ himpunan bilangan real yang dilengkapi dengan **Co-finite Topologi**. Tentukan interior dari:

$$a. A = \{x | -3 \leq x \leq 2\}$$

$$b. B = \{x | -1 < x < 1\}$$

$$c. C = \{x | -2 \leq x < 3 \text{ atau } x \geq 5\}$$

$$d. D = \{x | x \text{ adalah 5 bilangan ganjil yang pertama}\}$$

$$e. E = \{x | x \text{ bilangan prima genap}\}$$