RADICALES

Extracción de factores en un radical

Para extraer factores de un radical se descompone el radicando en factores. Si:

1. *Un exponente del radicando es menor que el índice, el factor correspondiente se deja en el radicando.*

Ejemplos:

a) $\sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3}$
b) $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2}$

2. *Un exponente del radicando es igual al índice, el factor correspondiente sale fuera del radicando.*

Ejemplo:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

Descomponemos 12 en factores, como él 2 está elevado a la misma potencia que el índice podemos extraer el 2 del radicando.

b) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

Descomponemos 8 en factores, como él 2 está elevado a la misma potencia que el índice podemos extraer el 2 del radicando.

3. *Un exponente del radicando es mayor que el índice, se divide dicho exponente por el índice. El cociente obtenido es el exponente del factor fuera del radicando y el resto es el exponente del factor dentro del radicando*

LIVEWORKSHEETS

Ejemplos:

a) $\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \cdot 3} = 2^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $\quad \begin{array}{l|l} 4 & \underline{2} \\ 0 & 2 \end{array}$

El exponente del **2** *es mayor que el índice, por tanto se divide dicho exponente* *(4)* *entre el índice* *(2).*

El cociente obtenido *(2)* *es el exponente del factor fuera del radicando y el resto* *(0)* *es el exponente del factor dentro del radicando.*

b) $\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = 3\sqrt[3]{3^2} = 3\sqrt[3]{9}$ $\quad \begin{array}{l|l} 5 & \underline{3} \\ 2 & 1 \end{array}$

Descomponemos en factores $243 = 3^5$

El exponente es mayor que el índice, por tanto se divide dicho exponente *(5)* *entre el índice* *(3).*

El cociente obtenido *(1)* *es el exponente del factor fuera del radicando y el resto* *(2)* *es el exponente dentro del radicando*

Como el factor 2^0 *es igual a* ***1****, no es necesario colocarlo en el radicando ya que si se multiplica por otro factor este no varía*

En general, si el resultado de dividir el exponente de un factor por el índice da como resto cero, no colocaremos ese factor en el radicando

LIVEWORKSHEETS

c) $\sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^5} = 3 \cdot 5^2\sqrt{2 \cdot 5} = 75\sqrt{10}$

Hay exponentes en el radicando mayores que el índice, por tanto se dividen dichos exponentes (2 y 5) por el índice (2) .

Cada uno de los cocientes (1 y 2) obtenidos será el exponente del factor correspondiente fuera del radicando y cada uno de los restos obtenidos (0 y 1) serán los exponentes de los factores correspondientes dentro del radicando.

d) $\sqrt[4]{2^7 \cdot 3^{14} \cdot 5^4} = 2 \cdot 3^3 \cdot 5\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^2} = 270\sqrt[4]{72}$

Los exponentes el radicando son mayores que el índice, por tanto se dividen dichos exponentes (7, 14 y 4) por el índice (4) .

Cada uno de los cocientes (1, 3 y 1) obtenidos será el exponente del factor correspondiente fuera del radicando y cada uno de los restos obtenidos (3, 2 y 0) serán los exponentes de los factores correspondientes dentro del radicando

Introducción de factores en un radical

1. *Para introducir factores en un radical se elevan los factores al índice del radical.* $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$

Ejemplos:

a) $2\sqrt{3}$

Como el índice es 2, el factor fuera del radical (2), se eleva al cuadrado y realizamos las operaciones.

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

LIVEWORKSHEETS

b) $2^2 \cdot 3^3 \sqrt[4]{6}$

Tanto el 2^2 como él 3^3 se introducen elevados al índice (4)

$$= \sqrt[4]{\left(2^2\right)^4 \cdot \left(3^3\right)^4 \cdot 2 \cdot 3}$$

Quitamos los paréntesis multiplicando los exponentes

$$= \sqrt[4]{2^9 \cdot 3^{13}}$$

Multiplicamos las potencias con la misma base

c) $2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$$2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{4}} = \sqrt[3]{2}$$

d) $2\sqrt[4]{\frac{5}{12}}$

$$2\sqrt[4]{\frac{5}{12}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 \cdot 5}{12}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 \cdot 5}{2^2 \cdot 3}} = \sqrt[4]{\frac{20}{3}}$$

e) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$

$$\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9}{4}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 2^2}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

LIVEWORKSHEETS

Amplificación y simplificación de radicales

Para trabajar con expresiones que nos sean cómodas existen procesos que nos simplifican las raíces. Veamos cuales son:

Si se multiplican (amplifican) o dividen (simplifican) el índice y el exponente de un radical por un mismo número no nulo, el radical que se obtiene es equivalente al primero.

Es decir, los radicales son equivalentes porque los exponentes de las potencias asociadas son fracciones equivalentes.

Ejemplo

$$\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{2}} = \sqrt[6]{4^4}$$

Es equivalente a dividir el exponente de una potencia por el índice de la raíz a tener la raíz de dicho número.

Si un factor del radicando tiene un exponente que no es múltiplo del índice de la raíz el factor podrá separarse de modo que un exponente sea divisible por el índice.

Ejemplo

$$\sqrt{3^7} = \sqrt{3^6 \cdot 3} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{3} = 3^{\frac{6}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^3 \cdot \sqrt{3} = 27\sqrt{3}$$

Algunos radicales pueden convertirse a una forma equivalente más fácil de emplear. Un radical está en su forma más simple cuando no puede extraerse ningún factor de él, cuando no hay fracción bajo el signo radical y cuando el índice de la raíz no puede reducirse.

Es posible extraer un factor del radical si éste aparece un número de veces igual al índice de la raíz.

Los ejemplos que siguen ilustran esto:

Ejemplo

$$\sqrt{28} = \sqrt{2^7 \cdot 7} = 7^{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

LIVEWORKSHEETS

$$\sqrt[5]{160}=\sqrt[5]{2^5\cdot 5}=2^{\frac{5}{5}}\cdot\sqrt[5]{5}=2\sqrt[5]{5}$$

Para poder simplificar radicales con facilidad conviene conocer los cuadrados de los números enteros hasta 25 y algunos de las potencias más pequeñas de los números 2, 3, 4 y 5.

LIVEWORKSHEETS