

LKPD IV

BAB III TURUNAN

Nama: _____

Kelas : _____

No : _____

Kompetensi Dasar

- 3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi.
- 4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar.

Tujuan Pembelajaran:

- Siswa mampu menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar
- Siswa mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dan sifat-sifat turunan fungsi
- Siswa mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar

Kegiatan Pembelajaran: (Pertemuan 4)

Materi Pokok: JENIS-JENIS TITIK STASIONER DAN PENERAPANNYA

A. JENIS-JENIS TITIK STASIONER

Untuk mengetahui jenis titik stasionernya, dibuat garis bilangan yang berisi absis dari titik stasioner yang diperoleh, kemudian diuji di $f'(x)$

Terdapat 3 kondisi setelah menguji titik stasioner

Gambar	Jenis
	Titik Balik Minimum
	Titik Balik Maksimum
	Titik Belok

Tentukan jenis titik stasioner dari fungsi $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$

Langkah-Langkah

- Tentukan $f'(x)$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$$

- Syarat $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 6x - 24 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

$$x-4=0 \quad \text{atau} \quad x+2=0$$

$$x=4 \quad \quad \quad x=-2$$

- Substitusi nilai x yang diperoleh ke $f(x)$

$$\begin{aligned} f(4) &= (4)^3 - 3(4)^2 - 24(4) + 5 \\ &= 64 - 48 - 96 + 5 \\ &= -75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^3 - 3(-2)^2 - 24(-2) + 5 \\ &= -8 - 12 + 48 + 5 \\ &= 33 \end{aligned}$$

Diperoleh titik stasioner yaitu $(4, -75)$ dan $(-2, 33)$

- Buat garis bilangan



- Uji Titik

Ambil titik di 3 daerah yang ada, untuk daerah di sebelah kiri -2 bisa diambil -3. Daerah diantara -2 dan 4 bisa diambil 0, daerah disebelah kanan bisa diambil 5. Substitusi ke $f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$

$$f'(-3) = 3(-3)^2 - 6(-3) - 24 = 27 + 18 - 24 = 21$$

$$f'(0) = 3(0)^2 - 6(0) - 24 = -24$$

$$f'(5) = 3(5)^2 - 6(5) - 24 = 75 + 30 - 24 = 81$$



- Titik $(-2, 33)$ adalah titik balik maksimum dan titik $(4, -75)$ adalah titik balik minimum

B. PENERAPAN NILAI MINIMUM DAN NILAI MAKSIMUM

Contoh: Diketahui jumlah 2 bilangan adalah 10. Tentukan hasil kali terbesar yang mungkin dari kedua bilangan tersebut

Langkah-langkah:

- Nyatakan dalam bentuk matematika
Misal 2 bilangan tersebut adalah p dan q .
 $p + q = 10 \rightarrow p = 10 - q$
Ditanya nilai maksimum dari $f = pq$
- Nyatakan hal yang ditanya dalam 1 variabel

$$\begin{aligned}
 f &= pq \\
 &= (10 - q)q \\
 &= 10q - q^2
 \end{aligned}$$

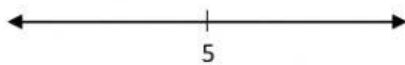
- Tentukan turunan

$$f' = 10 - 2q$$

- Tentukan titik stasioner dengan syarat $f' = 0$

$$\begin{aligned}
 f' &= 0 \\
 10 - 2q &= 0 \\
 10 &= 2q \\
 q &= \frac{10}{2} \\
 q &= 5
 \end{aligned}$$

- Buat garis bilangan

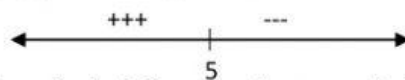


- Uji titik

Ambil titik di 2 daerah yang ada, untuk daerah di sebelah kiri 5 bisa diambil 0 dan daerah di sebelah kanan 5 bisa diambil 6. Substitusi ke $f' = 10 - 2q$

$$f'(0) = 10 - 2(0) = 10 - 0 = 10$$

$$f'(6) = 10 - 2(6) = 10 - 12 = -2$$



Sesuai tabel diatas, pada saat $q=5$ akan menyebabkan nilainya maksimum

- Tentukan nilai p

$$\begin{aligned}
 p &= 10 - q \\
 &= 10 - 5 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

- Nilai Maksimum pq

Diperoleh nilai maksimum dari pq adalah 25

TURUNAN

SOAL

1. Diketahui fungsi $f(x) = x^3 + 9x^2 - 21x + 2$. Tentukan titik stasioner beserta jenisnya masing-masing

Jawab:

Tentukan $f'(x)$ terlebih dahulu

$$f'(x) = \dots x^{\dots} + \dots x - \dots$$

Tentukan titik stasioner, ingat syarat titik stasioner adalah $f'(x) = 0$

$$\dots x^{\dots} + \dots x - \dots = 0$$

Faktorkan persamaan diatas, sehingga diperoleh nilai $x = -7$ dan $x = \dots$

Buat garis bilangan kemudian uji titik ke $f'(x)$



Uji titik kemudian isi daerah mana yang positif (+) dan negatif (-)

Tanda (+ atau -) cukup diketik sekali saja, seperti contoh dibawah ini



Diperoleh bahwa $f(x)$ maksimum pada saat $x = \dots$

Substitusi nilai x tersebut ke $f(x)$ sehingga diperoleh $f(\dots) = \dots$

Jadi titik $(\dots, \dots)$ merupakan titik balik maksimum

Diperoleh bahwa $f(x)$ minimum pada saat $x = \dots$

Substitusi nilai x tersebut ke $f(x)$ sehingga diperoleh $f(\dots) = \dots$

Jadi titik $(\dots, \dots)$ merupakan titik balik minimum

2. Samuel memproduksi x buah kerajinan tangan. Setiap kerajinan tangan yang dijual menghasilkan keuntungan sebesar $(x^2 - 12x + 36)$ juta rupiah. Tentukan keuntungan maksimum yang diperoleh dari x buah kerajinan tangan yang dijual oleh Samuel

Jawab:

Misalkan $K(x)$ =Keuntungan Total

K diperoleh dari total kerajinan tangan kali keuntungan per kerajinan tangan

$$\begin{aligned} K(x) &= x(x^2 - 12x + 36) \\ &= x^3 - 12x^2 + 36x \end{aligned}$$

Tentukan turunan dari $K(x)$

$$K'(x) = \dots x^{\dots} - \dots x + \dots$$

Tentukan titik stasioner, ingat syarat menentukan titik stasioner adalah $K'(x) = 0$

$$\dots x^{\dots} - \dots x + \dots = 0$$

Faktorkan persamaan diatas sehingga diperoleh nilai $x=2$ atau $x=\dots$

Buat garis bilangan kemudian uji titik ke $K'(x)$



Uji titik kemudian isi daerah mana yang positif (+) dan negatif (-)

Tanda (+ atau -) cukup diketik sekali saja, seperti contoh dibawah ini



Diperoleh bahwa $K(x)$ akan maksimum pada saat $x=\dots$

Substitusi nilai x tersebut ke $K(x)$ sehingga diperoleh $K(\dots)=\dots$

Jadi keuntungan total maksimum yang diperoleh Samuel adalah $\dots$ juta rupiah