CONJUNTO DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES (II)

Para introducirnos en este conjunto debemos revisar ciertas propiedades. Propiedades referidas a las operaciones de potenciación y radicación.

Estas nos servirán luego para ciertas operaciones y/o procedimientos en donde intervengan radicales.

Observa la siguiente lista donde se detallan dichas propiedades...

Propiedades de la potenciación

1. **Potencia de exponente cero** $a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$
2. **Potencia de exponente uno** $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Leftrightarrow a \neq 0$
3. **Potencia de exponente negativo** $a^1 = a$
4. **Producto de potencias de igual base** $a^n \,.\, a^m = a^{n+m}$
5. **Cociente de potencias de igual base** $a^n : a^m = a^{n-m} \Leftrightarrow a \neq 0$
6. **Potencia de otra potencia** $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
7. **Distributividad respecto de la multiplicación** $(a \,.\, b)^n = a^n \,.\, b^n$
8. **Distributividad respecto de la división** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \Leftrightarrow b \neq 0$

El siguiente procedimiento, si bien no es una propiedad, es un proceso que nos servirá para trabajar de aquí en adelante en futuros contenidos

9. **Factorización:** Factorizar significa expresar o descomponer a un número (o cualquier otra expresión matemática posible) en una serie de factores primos (es decir descomponer en una multiplicación).

Por ejemplo:

Si deseamos factorizar el valor 12 podemos descomponerlo de esta manera: $12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$

(Descomposición en factores primos)

Luego podemos hacer uso de la potencia y sus propiedades para abreviar cuando los factores (las bases se repiten), es decir:

$$12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$$

$$12 = 2^2 \,.\, 3$$

O bien $12 = 4 \,.\, 3$

LIVEWORKSHEETS

O bien $\mathbf{12 = 2 \,.\, 6}$

Propiedades de la radicación

La radicación se puede expresar como una potencia de exponente fraccionario: $\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$

Por ejemplo:

$$\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}} \qquad \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \qquad \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}} \qquad \sqrt[3]{\frac{1}{x^7}} = x^{-\frac{7}{3}}$$

Las propiedades de la radicación son análogas a las de la potenciación

1. **Raíz de raíz** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n\,.\,m}} = \sqrt[m\,.\,n]{a}$
2. **Distributividad respecto de la multiplicación** $\sqrt[n]{a\,.\,b} = (a\,.\,b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}\,.\,b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$
3. **Distributividad respecto de la división** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow b \neq 0$
4. **Simplificación de índices** $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\,:\,r]{a^{m:r}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$

Por ejemplo:

$$\sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6:3]{5^{3:3}} = \sqrt[2]{5} \qquad \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} \qquad \sqrt[10]{3^4} = \sqrt[5]{3^2}$$

5. **Amplificación de índices** $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\,.\,p]{a^{m\,.\,p}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$

Por ejemplo:

$$\sqrt{3} = \sqrt[2\,.\,2]{3^{1\,.\,2}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{9} \qquad \sqrt[5]{4} = \sqrt[15]{2^6} = \sqrt[15]{64} \qquad \sqrt[6]{x^3} = \sqrt[24]{x^{12}}$$

6. **Eliminación del radical** $\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n\ es\ impar \vee \sqrt[n]{a^n} = |a| \Leftrightarrow n\ es\ par$

Por ejemplo:

$$\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = |7| = 7 \qquad \sqrt[4]{3^4} = |3| = 3 \qquad \sqrt[5]{2^5} = 2 \qquad \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

LIVEWORKSHEETS

ACTIVIDADES

El desarrollo de los cálculos debe estar en carpeta para realizar consultas en clases presenciales

1) Marcar las respuestas correctas

a) $(ab)^{-5} : (ab)^2 . a =$	$a^{-2}b^{-3}$	$a^{-6}b^{-7}$	$a^{-7}b^{-7}$	$a^{-8}b^{-7}$
b) $\sqrt{a^4 b^5} . \sqrt{a^2 b} =$	a^6b^6	a^4b^3	a^3b^3	ab^2
c) $\sqrt{a} . \sqrt{b}\ a^{\frac{3}{2}} : b^4 =$	$a^2b^{-\frac{7}{2}}$	$a^2b^{\frac{7}{2}}$	$a^2b^{-\frac{9}{2}}$	$a^2b^{\frac{9}{2}}$
d) $\sqrt{a} . \sqrt[3]{b}\ \sqrt{a . b} . a^{-4} =$	$a^{-3}b^{\frac{5}{6}}$	$a^5b^{\frac{5}{6}}$	$a^{-3}b^{-\frac{1}{6}}$	$a^{-5}b^{-\frac{1}{6}}$

2) Escribir V o F. Explicar las respuestas y rehacer de manera correcta en carpeta si fuera necesario

a) $3^{-2} = \frac{1}{9}$
b) $(7^2)^{-3} = 7^6$
c) $4^{-3} : 4^{-5} = 4^{-8}$
d) $2 . 2^0 : 2^{-3} = 2^3$
e) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$
f) $\sqrt[5]{9^5} = |9|$
g) $(2a)^5 = 2a^5$
h) $\sqrt[3]{25} = 5^{\frac{2}{3}}$
i) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{3}{2}} = \left(-\frac{5}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$

3) Expresar como una única potencia aplicando propiedades

a) $2^{-5} . 2 : 2^{-4} =$
b) $[(-3)^3 : (-3)^{-3}]^{-2} =$
c) $(5 . 4)^2 : (5^2 . 4)^3 =$
d) $(ab)^3 . (ab)^{-2} =$
e) $\sqrt{5} . \sqrt[3]{5^2} . \sqrt[6]{5^5} =$
f) $\sqrt{\sqrt{64}} . \sqrt{2} =$
g) $\sqrt{6} . \sqrt{6^3} . \sqrt{6^6} =$
h) $\sqrt{ab} : \sqrt{a^2 b} =$
i) $(a^{-1}b)^5 . \sqrt{ab} =$

ab
5^2
2^2
2^0
6^5
$(-3)^0$
$a^{-\frac{1}{2}}b^0$
$5^{-4} . 4^{-1}$
$(-3)^{-12}$
$5^{\frac{8}{11}}$
2^{-8}
$a^{-\frac{9}{2}}b^{\frac{11}{2}}$

LIVEWORKSHEETS

4) Identificar el error y resuelvan correctamente

$$(2^4 : 2 \,.\, 2^6)^{-3} = (2^{10})^{-3} = 2^7$$

NO SE APLICÓ PROPIEDAD DE SUMA DE EXPONENTES	SE OPERÓ MAL CON LOS EXPONENTES	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE 6
NO SE APLICÓ PROPIEDAD DE RESTA DE EXPONENTES	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 11 Y LUEGO DE 33	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 11 Y LUEGO DE 8
EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE 18	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE -18	EL RESULTADO FINAL DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE -30

5) Resolver expresando con un índice común, y aplicando propiedades para lograr una mínima expresión

a) $\dfrac{\sqrt[3]{5}\,.\sqrt{3}}{\sqrt[6]{9\,.\,125}} =$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{2}\,.\sqrt[8]{81}}{\sqrt[8]{1296}} =$

c) $\dfrac{\sqrt[5]{3}\,.\sqrt{2}}{\sqrt[10]{3}\,.\sqrt{3}} =$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{3}\,.\sqrt{2}}{\sqrt[12]{3}\,.\sqrt[4]{2}} =$

INDICE COMUN: 4 RADICANDO: 2^{-1}
INDICE COMUN: 6 RADICANDO: 5^{-1}
INDICE COMUN: 2 RADICANDO: $\frac{2}{3}$
INDICE COMUN: 6 RADICANDO: $\frac{3}{5}$
INDICE COMUN: 12 RADICANDO: 6^3
INDICE COMUN: 2 RADICANDO: $\frac{1}{3}$
INDICE COMUN: 12 RADICANDO: 6^6
INDICE COMUN: 4 RADICANDO: 2^3

LIVEWORKSHEETS