

## UNIT PEMBELAJARAN 1

TUJUAN PEMBELAJARAN

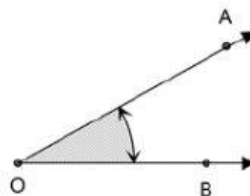
Setelah mempelajari materi pada unit ini Anda diharapkan dapat

1. Menentukan hubungan radian dan derajat

**A. PENGUKURAN SUDUT****Problems Corner**

Konsep sudut sudah dipelajari secara mendalam di SD maupun SMP. Materi trigonometri sangat erat berkaitan dengan unsur-unsur sudut. Oleh Karena itu, perlu dipahami terlebih dahulu suatu besaran yang menunjukkan ukuran bagi suatu sudut. Dalam trigonometri, terdapat dua macam ukuran sudut yang sering digunakan, yaitu ukuran sudut dalam derajat, ukuran sudut dalam radian

Sudut adalah perputaran suatu titik tertentu ke titik tertentu lainnya terhadap pusat putaran. Perhatikan gambar berikut titik B pada ruas garis OB berputar menuju titik A pada ruas garis OA dengan pusat putarannya adalah titik O.



Gambar 1. Sudut

**Sudut Positif.** Sudut yang arah putarnya berlawanan dengan arah jarum jam

**Sudut Negatif.** Sudut yang arah putarnya searah dengan jarum jam

**Satuan Pengukuran Sudut dalam Derajat**

Besar suatu sudut dalam ukuran derajat dapat dijelaskan dengan menggunakan konsep sudut sebagai jarak putar. Untuk tujuan tersebut, simaklah video berikut ini.

**Definisi**

Satu derajat (ditulis =  $1^\circ$ ) didefinisikan sebagai ukuran besar sudut yang dilewati oleh jari-jari lingkaran dalam jarak putar sejauh  $\frac{1}{360}$  putaran.

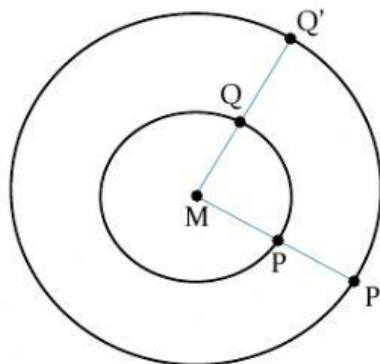
Definisi ini juga dapat dituliskan dengan

$$1^\circ = \frac{1}{360} \text{ putaran penuh}$$

$$360^\circ = 1 \text{ putaran penuh}$$

**Satuan Pengukuran Sudut dalam Radian**

Besar suatu sudut dalam satuan radian dapat diketahui melalui nilai perbandingan panjang busur suatu lingkaran dengan jari-jarinya. Perhatikanlah penjelasan berikut ini.



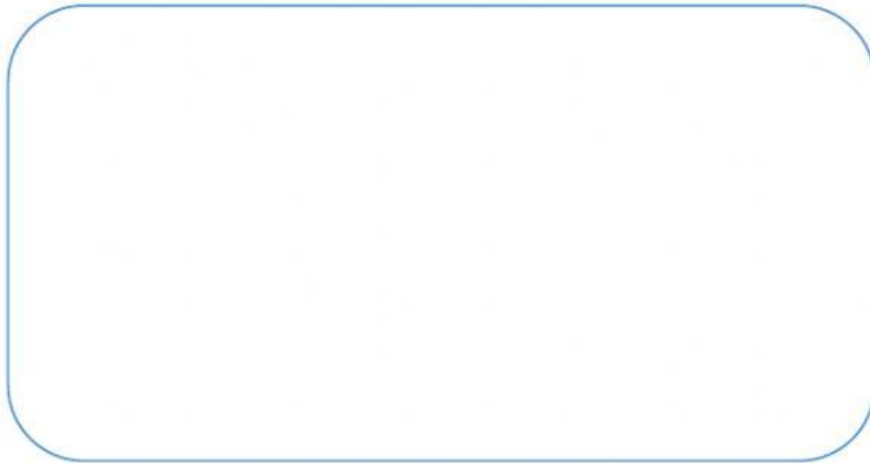
Gambar 2. Lingkaran

Berdasarkan gambar 2 tampak bahwa juring P'MQ' diperoleh dari juring PMQ sebagai akibat dari **perbesaran (dilatasi)** yang berpusat di M. Oleh karena itu, juring PMQ **sebangun** dengan juring P'MQ'. Kesebangunan ini menghasilkan hubungan.

$$\frac{\text{panjang busur PQ}}{MP} = \frac{\text{panjang busur P'Q'}}{MP'}$$

Nilai perbandingan  $\frac{\text{panjang busur PQ}}{MP}$  merupakan ukuran sudut PMQ yang dinyatakan dalam **ukuran radian**

Sekarang perhatikan video berikut ini.



Dalam menentukan satu putaran penuh, maka panjang busur PQ diganti dengan nilai keliling lingkaran yaitu  $2\pi r$  sehingga

$$1 \text{ putaran penuh} = \left( \frac{\text{keliling lingkaran}}{r} \right) \text{ radian}$$

$$1 \text{ putaran penuh} = \left( \frac{2\pi r}{r} \right) \text{ radian}$$

$$1 \text{ putaran penuh} = 2\pi \text{ radian}$$

Penjelasan tersebut mengarah pada definisi ukuran sudut dalam radian sebagai berikut.

**Definisi**

Satu radian (ditulis : 1 rad) didefinisikan sebagai ukuran sudut pada bidang datar yang berada di antara dua jari-jari lingkaran dengan panjang busur sama dengan panjang jari-jari lingkaran itu.

**CONTOH SOAL**

1. Dalam proses penelitian sudut yang dilakukan oleh seorang peneliti berhasil meneliti bahwa sudut yang di amati adalah sebesar  $30^\circ$ . Namun dalam kebutuhan penelitian besar sudut yang akan digunakan adalah dalam satuan radian. Ubahlah besar sudut dalam satuan derajat tersebut ke dalam satuan radian agar sesuai dengan kebutuhan yang akan digunakan peneliti.

**Jawab****Langkah 1**

Dari permasalahan yang disajikan, dapat dicermati bahwa sudut yang didapat dalam penelitian belum sesuai dengan kebutuhan dari penelitian tersebut.

**Langkah 2**

Diketahui dari soal bahwa sudut yang didapat masih dalam satuan derajat. Agar sesuai dengan kebutuhan penelitian maka sudut dalam satuan derajat tersebut akan diubah kedalam satuan radian.

**Langkah 3**

Diketahui dari soal bahwa sudut yang diukur sebesar  $30^\circ$  , untuk dapat mengubahnya kedalam satuan radian, maka kita membutuhkan analisis hubungan antara satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran sudut radian.  
Jika

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$180^\circ = \pi \text{ radian}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ radian}$$



## CONTOH SOAL

**Langkah 4**

Setelah mengetahui hubungan antara satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran radian, kita dapat menyelesaikan permasalahan ini dengan informasi yang terdapat didalam soal. Diketahui bahwa sudut yang didapat adalah sebesar  $30^\circ$ . Maka dengan hubungan satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran radian, sudut tersebut dapat kita ubah menjadi

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ radian}$$

$$30^\circ = \left( \frac{\pi}{180^\circ} \text{ radian} \right) \times 30^\circ = \frac{1}{6} \pi \text{ radian}$$

**Langkah 5**

Untuk mengetahui apakah hubungan sudut yang telah kita kerjakan benar, maka perlu dilakukan crosscheck kembali. Kita akan mengubah  $\frac{1}{6} \pi$  radian kedalam satuan sudut derajat. Dari hubungan sudut tersebut didapat bahwa

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

Maka,

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \pi \text{ radian} &= \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) \times \frac{1}{6} \pi \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

Sehingga dapat kita simpulkan bahwa  $\frac{1}{6} \pi = 30^\circ$

2. Cermatilah masalah berikut. Dalam sebuah praktikum yang dilakukan oleh sejumlah siswa, mereka menemukan hasil bahwa sudut yang mereka ukur sebesar  $\frac{1}{4} \pi$  rad. Guru mata pelajaran meminta mereka untuk mengubah satuan radian tersebut kedalam satuan derajat. Ubahlah satuan radian tersebut kedalam satuan derajat sesuai perintah dari guru.

**Jawab****Langkah 1**

Sejumlah siswa melakukan praktikum sudut dan berhasil mengukur suatu sudut dalam satuan radian. Tetapi, guru mata pelajaran meminta untuk mengubah hasil tersebut kedalam satuan derajat

## CONTOH SOAL

**Langkah 2**

Dari soal diketahui bahwa sudut yang didapat dalam praktikum adalah sudut dengan satuan radian. Agar sesuai dengan perintah yang diberikan guru mata pelajaran, maka sudut tersebut akan diubah kedalam sudut satuan derajat

**Langkah 3**

Diketahui pada soal bahwa berdasarkan hasil praktikum siswa berhasil mengukur sudut sebesar  $\frac{\dots}{\dots} \pi$  rad, untuk dapat mengubahnya kedalam satuan derajat, maka kita membutuhkan analisis hubungan antara satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran sudut radian

$$\dots^\circ = \frac{\pi}{\dots} \text{radian}$$

$$\pi \text{ radian} = \dots^\circ$$

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

**Langkah 4**

Setelah mengetahui hubungan antara satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran radian, kita dapat menyelesaikan permasalahan ini dengan informasi yang terdapat didalam soal. Diketahui bahwa sudut yang didapat adalah sebesar  $\frac{1}{4} \pi$  rad. Maka dengan hubungan satuan besaran sudut derajat dan satuan besaran radian, sudut tersebut dapat kita ubah menjadi

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \pi \text{ radian} &= \left( \frac{\dots^\circ}{\pi} \right) \times \frac{\dots}{\dots} \pi \\ &= \dots^\circ \end{aligned}$$

**Langkah 5**

Untuk mengetahui apakah hubungan sudut yang telah kita kerjakan benar, maka perlu dilakukan crosscheck kembali.

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ radian} \Leftrightarrow \dots^\circ = \left( \frac{\pi}{180^\circ} \right) \times \dots^\circ = \frac{1}{4} \pi \text{ radian}$$

Maka, dapat kita simpulkan bahwa  $\frac{1}{4} \pi \text{ radian} = \dots^\circ$

**REFLEKSI****Hubungan Besaran Sudut Satuan Derajat dan Radian**

Dari contoh yang telah dikerjakan sebelumnya, dapat kita simpulkan bahwa

1 putaran penuh =  $2\pi$  radian dan juga  $360^\circ = 1$  putaran penuh

Sehingga **1 putaran penuh =  $2\pi$  radian =  $360^\circ$**

Maka didapat hubungan besaran sudut dalam satuan derajat dan radian sebagai berikut.

Dalam Satuan Radian	Dalam Satuan Derajat
$360^\circ = 2\pi$ radian	$2\pi$ radian = $360^\circ$
$1^\circ = \frac{2\pi}{360}$ radian	$\pi$ radian = $\frac{360^\circ}{2}$
	$\pi$ radian = $180^\circ$
	$1$ radian = $\frac{180^\circ}{\pi}$