KURIKULUM MERDEKA

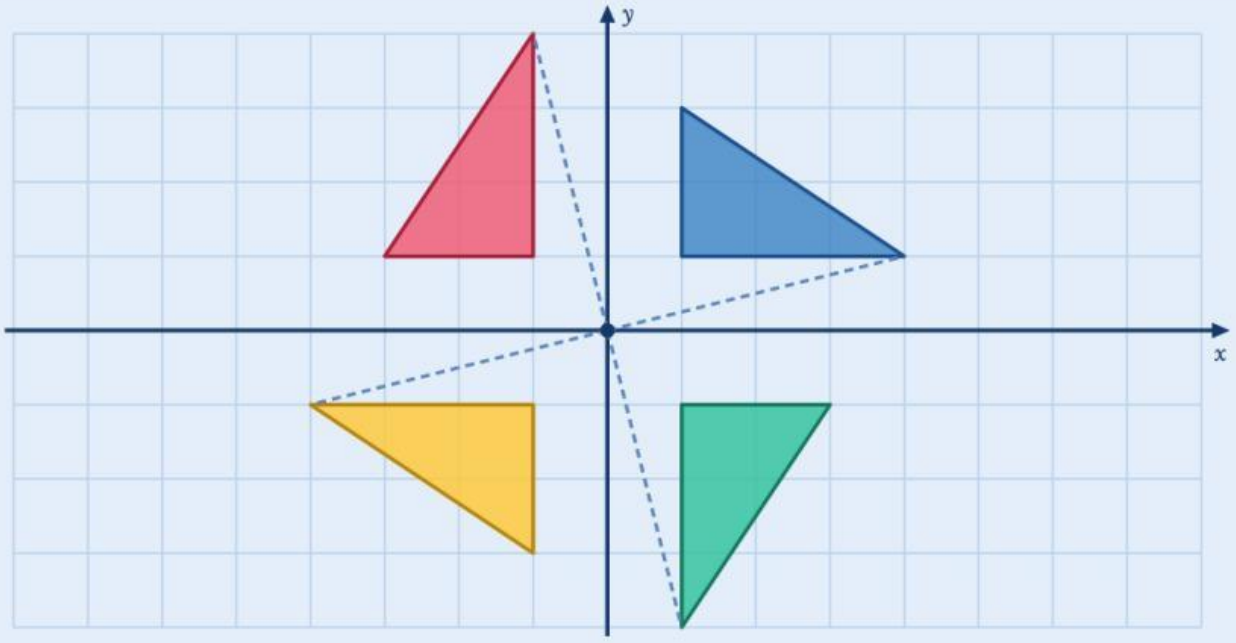
LKM 3

MATEMATIKA

MATERI

TRANSFORMASI GEOMETRI

Pertemuan 3 · Rotasi dan Dilatasi pada Bidang Koordinat Kartesius



Disusun Oleh : Abdullah Nashif Nashirudin (24104040059)
Muhammad Maulana Fathurrizqi (24104040045)

Untuk Kelas

IX

LIVEWORKSHEETS

Identitas LKM

Elemen dan Capaian Pembelajaran

A. Elemen

- Geometri: Transformasi Geometri dan Koordinat Kartesius

B. Capaian Pembelajaran

Di akhir Fase D, murid dapat melakukan transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) titik, garis, dan bangun datar pada bidang koordinat Kartesius dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

Dimensi Profil Lulusan

- Penalaran kritis
- Kreativitas
- Kolaborasi
- Kemandirian
- Komunikasi

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengamati dan mendiskusikan berbagai gambar serta menjelajahi bidang koordinat Kartesius melalui LKM ini,

1. murid mampu menentukan bayangan titik, garis, dan bangun datar oleh rotasi terhadap titik pusat tertentu dengan menemukan aturannya,
2. menentukan bayangan titik, garis, dan bangun datar oleh dilatasi dengan faktor skala tertentu, serta
3. mengidentifikasi sifat yang tetap dan yang berubah pada rotasi dan dilatasi.

Petunjuk Penggunaan

Ayo kita membaca petunjuk belajar terlebih dahulu untuk mempermudah mempelajari konsep transformasi geometri.

- Amati dan baca LKM dengan cermat dan teliti.
- Kerjakan bersama kelompok (4 orang). Pastikan semua anggota ikut menulis dan bisa menjelaskan jawabannya.
- Diskusikan dulu sebelum menulis jawaban. Hargai pendapat temanmu.
- Gunakan pensil saat menggambar pada bidang koordinat, tebalkan setelah yakin benar.
- Jika kelompokmu mengalami kesulitan, berusahalah bertanya dahulu kepada teman sekelompok sebelum bertanya kepada guru.

Mari Mengingat!

Teman-teman, pada pertemuan sebelumnya kita sudah menemukan aturan translasi dan refleksi. Ayo ingat kembali, lalu kerjakan soal berikut secara individu tanpa membuka buku!

No	Soal	Jawabanmu
1	Titik (x, y) yang ditranslasi T(a, b) menjadi (....., ...)	
2	Bayangan titik (3, −2) oleh refleksi terhadap sumbu X adalah (....., ...)	
3	Bayangan titik (4, 1) oleh translasi T(−2, 3) adalah (....., ...)	
4	Translasi dan refleksi tidak mengubah ..... dan ..... objek	

Apersepsi !



Jarum jam berputar

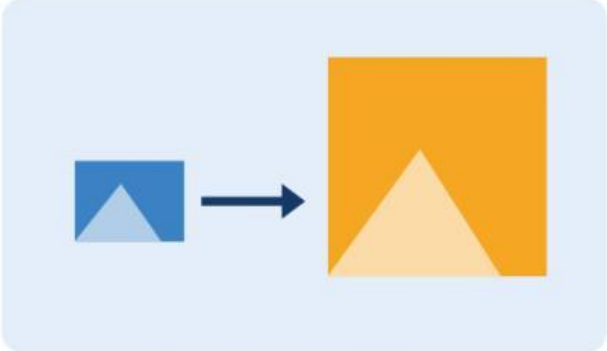


Foto diperbesar di layar ponsel

Perhatikan dua situasi di atas, lalu jawab pertanyaan berikut.

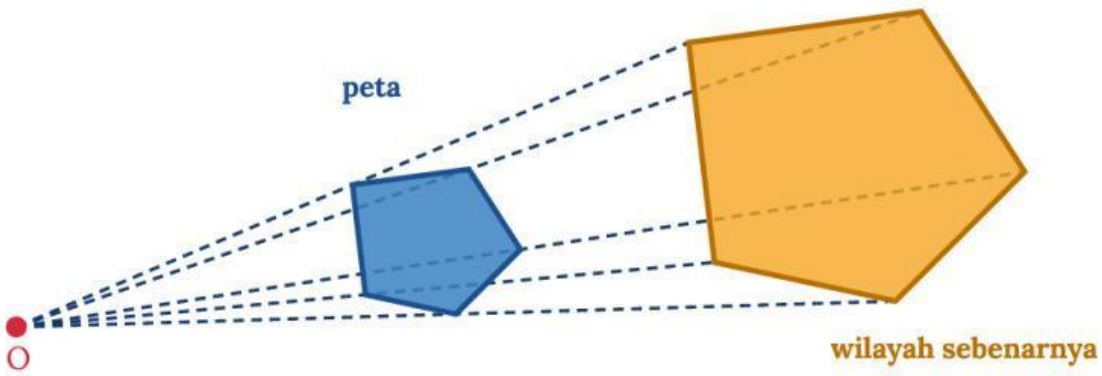
1. Pada jarum jam, apa yang berubah dan apa yang tetap (panjang jarum, posisi ujung jarum)?

2. Pada foto yang diperbesar, apakah bentuk gambarnya berubah? Apa yang berubah?

Perputaran dan perbesaran objek disebut **rotasi** dan **dilatasi**. Hari ini kita akan menemukan sendiri aturan keduanya pada bidang koordinat Kartesius.

Tahukah Kamu ?

Mengapa Peta Bisa Menggambarkan Wilayah yang Luas?



Peta adalah pengecilan wilayah sebenarnya: bentuknya mirip, ukurannya diperkecil.

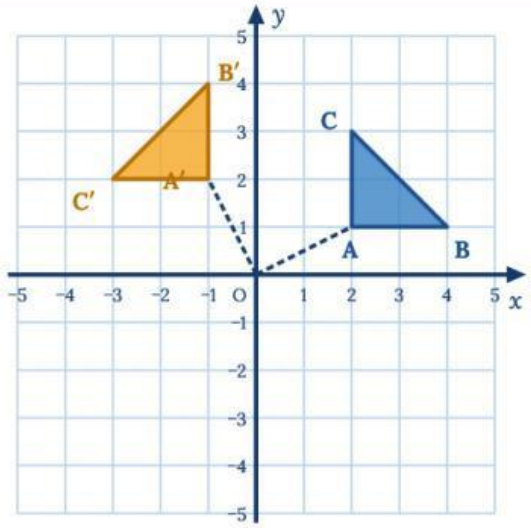
Pernahkah kamu melihat tulisan "skala 1 : 100.000" pada sebuah peta? Artinya, 1 cm pada peta mewakili 100.000 cm di wilayah sebenarnya, atau sama dengan 1 km. Peta dibuat dengan memperkecil seluruh wilayah dengan perbandingan yang sama, sehingga bentuk wilayah pada peta tetap mirip dengan bentuk aslinya.

Pengecilan yang seperti ini adalah contoh **dilatasi**. Bilangan yang menyatakan berapa kali ukuran diperbesar atau diperkecil disebut **faktor skala**. Pada skala 1 : 100.000, faktor skalanya adalah 1/100.000.

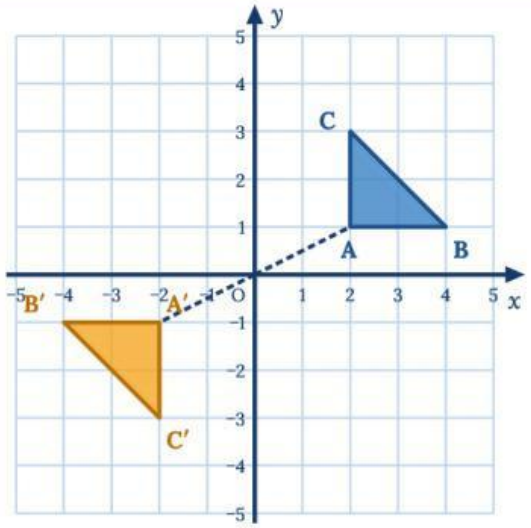
Coba pikirkan: jarak dua kota pada peta adalah 3 cm dan skala peta 1 : 200.000. Berapa kilometer jarak sebenarnya? Mengapa bentuk wilayah pada peta tidak berubah?

Ayo Mengamati !

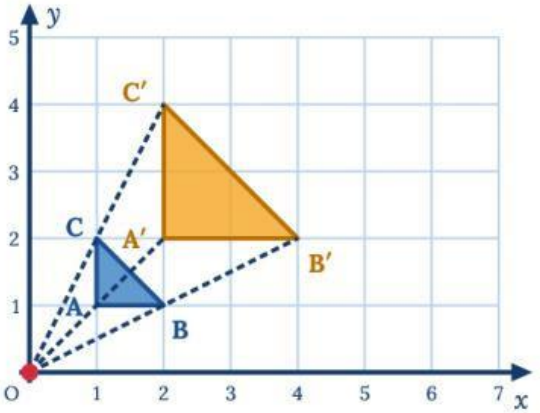
Raka mencoba empat perintah lain pada aplikasi desain. Segitiga **biru** adalah gambar sebelum diubah (titik A, B, C), sedangkan segitiga **oranye** adalah hasilnya (titik A′, B′, C′). Titik O(0, 0) adalah pusat perubahan. Satu kotak sama dengan 1 satuan. Arah putaran **berlawanan arah jarum jam**. Amati keempat gambar dengan teliti!



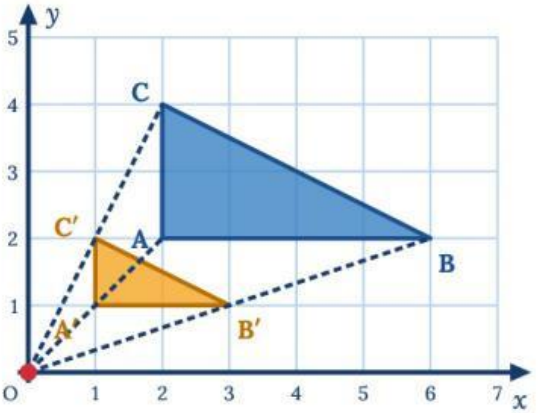
Gambar 1. Segitiga diputar 90° terhadap titik O



Gambar 2. Segitiga diputar 180° terhadap titik O



Gambar 3. Segitiga diperbesar dari titik O



Gambar 4. Segitiga diperkecil dari titik O

Jawablah pertanyaan berikut berdasarkan pengamatanmu!

1. Pada Gambar 1 dan 2, apakah bentuk dan ukuran segitiga berubah? Apa yang berubah?

2. Pada Gambar 3 dan 4, bandingkan panjang sisi AB dengan A′B′. Berapa kali panjangnya berubah?

3. Pernahkah kamu menemukan perubahan seperti ini dalam kehidupan sehari-hari? Ceritakan!

Ayo Diskusi!

Setelah mengamati gambar-gambar pada Ayo Mengamati, diskusikan pertanyaan berikut bersama kelompokmu!

Rumusan Masalah

1. Bagaimana hubungan koordinat titik awal dan bayangannya pada rotasi terhadap titik O sebesar 90°, 180°, dan 270°?
2. Bagaimana cara menentukan bayangan jika pusat rotasi bukan titik O?
3. Bagaimana hubungan koordinat titik awal dan bayangannya pada dilatasi dengan pusat O dan faktor skala k?

Hipotesis (Dugaan sementara) kelompok

contoh: pada rotasi, koordinat x dan y saling bertukar tempat dan ada yang berubah tanda; pada dilatasi, koordinat dikalikan dengan suatu bilangan. Tuliskan dugaan kelompokmu!

.....

.....

Ayo Mencoba! (Kegiatan 1)

Judul Kegiatan : Menemukan aturan rotasi terhadap titik O
Jenis Kegiatan : Tugas kelompok

Gunakan Gambar 1 dan Gambar 2. Lengkapi tabel, lalu bandingkan koordinat sebelum dan sesudah!

Titik	Sebelum	Rotasi 90° (Gambar 1)	Rotasi 180° (Gambar 2)
A	(2, 1)	(,)	(,)
B	(4, 1)	(,)	(,)
C	(2, 3)	(,)	(,)

1. Pada rotasi 90°, bagaimana nilai x′ dan y′ jika dibandingkan dengan nilai x dan y titik awal?

.....

2. Pada rotasi 180°, apa yang terjadi pada tanda nilai x dan y?

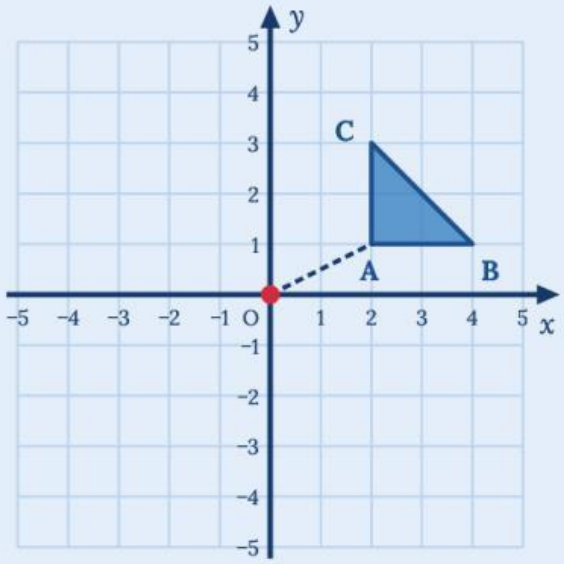
.....

Dugaan aturan. Rotasi 90°: (x, y) → (..... , ...) Rotasi 180°: (x, y) → (..... , ...)

Ayo Mencoba! (Kegiatan 2)

Judul Kegiatan : Rotasi 270° dan rotasi dengan pusat bukan titik O
Jenis Kegiatan : Tugas kelompok

Tahap 1. Rotasi 270°. Gambarkan bayangan segitiga ABC setelah diputar 270° berlawanan arah jarum jam terhadap titik O (beri nama A′, B′, C′), lalu lengkapi tabel.

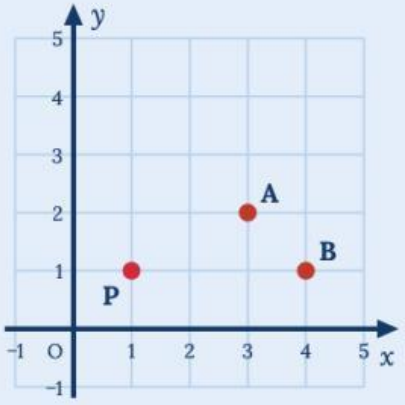


Titik	Sebelum	Rotasi 270°
A	(2, 1)	(,)
B	(4, 1)	(,)
C	(2, 3)	(,)

Dugaan aturan.

Rotasi 90°: (x, y) → (..... , ...)
Rotasi 180°: (x, y) → (..... , ...)
Rotasi 270°: (x, y) → (..... , ...)

Tahap 2. Pusat rotasi bukan titik O. Titik A dan B akan diputar 90° berlawanan arah jarum jam terhadap pusat P(1, 1). Ikuti langkah berikut: (1) hitung posisi titik relatif terhadap P, (2) putar titik hasilnya 90° terhadap O memakai aturan Tahap 1, (3) tambahkan kembali koordinat P. Gambarkan A′ dan B′ pada bidang di bawah.



Titik	Relatif ke P (x − 1, y − 1)	Diputar 90° terhadap O	Bayangan (tambah (1, 1))
A(3, 2)	(,)	(,)	(,)
B(4, 1)	(,)	(,)	(,)

Mengapa langkah (1) dan (3) diperlukan? Tulis alasan kelompokmu.

.....

.....

Ayo Mencoba! (Kegiatan 3)

Judul Kegiatan : Menemukan aturan dilatasi dengan pusat O
Jenis Kegiatan : Tugas kelompok

Gunakan Gambar 3 dan Gambar 4. Faktor skala dilatasi dilambangkan **k**. Lengkapi tabel berikut (x′ : x artinya nilai x′ dibagi nilai x).

Titik	Sebelum	Sesudah	x′ : x	y′ : y
A (Gambar 3)	(1, 1)	(,)		
C (Gambar 3)	(1, 2)	(,)		
A (Gambar 4)	(2, 2)	(,)		
B (Gambar 4)	(6, 2)	(,)		

Panjang sisi. Ukur panjang sisi AB dan A′B′ dalam satuan kotak.

Gambar	Panjang AB	Panjang A′B′	A′B′ : AB
3	.....	.....	
4	.....	.....	

1. Berapa nilai k pada Gambar 3? Berapa nilai k pada Gambar 4?

2. Apa hubungan nilai k dengan perbandingan panjang sisi A′B′ dan AB?

3. Lengkapi: jika k > 1, bayangan .....; jika 0 < k < 1, bayangan .....; jika k = 1, bayangan .....

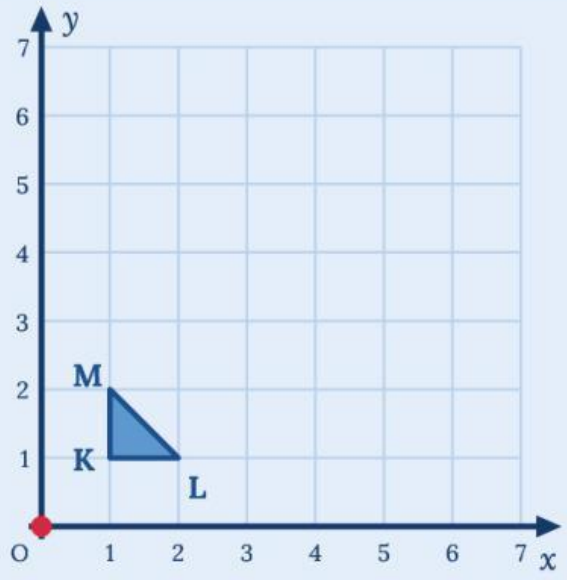
4. Apakah bentuk segitiga berubah setelah dilatasi? Apakah sudut-sudutnya berubah?

Dugaan aturan dilatasi. Dilatasi pusat O(0, 0) dengan faktor skala k: (x, y) → (..... , ...)

Ayo Menalar! (Kegiatan 4)

Judul Kegiatan : Menguji aturan dilatasi dan dilatasi dengan pusat bukan titik O
Jenis Kegiatan : Tugas kelompok

Tahap 1. Menguji dugaan. Gunakan aturan yang kamu temukan untuk menentukan bayangan segitiga KLM oleh dilatasi pusat O dengan faktor skala k = 3. Gambarkan bayangannya K′L′M′ pada bidang berikut dengan warna oranye.



Titik	Sebelum	Bayangan (k = 3)
K	(1, 1)	(,)
L	(2, 1)	(,)
M	(1, 2)	(,)

1. Apakah bayangan terletak sebaris dengan titik O dan titik awalnya? Jelaskan.

.....

.....

Tahap 2 (Tantangan). Pusat dilatasi bukan titik O. Titik A(3, 2) dan B(4, 3) didilatasi dengan pusat P(1, 1) dan faktor skala k = 2. Gunakan cara yang sama seperti rotasi pada Kegiatan 2: hitung posisi relatif ke P, kalikan dengan k, lalu tambahkan kembali koordinat P.

Titik	Relatif ke P (x − 1, y − 1)	Dikali k = 2	Bayangan (tambah (1, 1))
A(3, 2)	(,)	(,)	(,)
B(4, 3)	(,)	(,)	(,)

Dugaan aturan. Dilatasi pusat P(a, b) faktor k: (x, y) → (a + k(.....) , b + k(.....))

Ayo Periksa!

Presentasikan hasil Kegiatan 1 sampai 4 kelompokmu. Kelompok lain memeriksa jawaban kelompoknya sendiri dan menanggapi. Setelah itu, cocokkan temuanmu dengan aturan berikut.

Transformasi	Aturan bayangan titik (x, y)
Rotasi 90° berlawanan jarum jam, pusat O	(−y , x)
Rotasi 180°, pusat O	(−x , −y)
Rotasi 270° berlawanan jarum jam, pusat O	(y , −x)
Rotasi pusat P(a, b)	geser pusat ke O, putar, geser kembali
Dilatasi pusat O, faktor skala k	(kx , ky)
Dilatasi pusat P(a, b), faktor skala k	(a + k(x − a) , b + k(y − b))

1. Apakah dugaan kelompokmu pada Ayo Diskusi terbukti? Apa buktinya?

2. Tentukan bayangan titik P(−3, 4) oleh rotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap titik O.

3. Tentukan bayangan titik Q(6, −2) oleh dilatasi pusat O dengan faktor skala 1/2.

4. Bandingkan rotasi dan dilatasi. Apa yang berubah dan apa yang tetap pada bentuk dan ukuran objek?

Kartu Pemeriksaan (diisi kelompok pemeriksa)

Bagian yang diperiksa	Tepat (✓)	Perlu diperbaiki, karena ...
Kegiatan 1: aturan rotasi pusat O		
Kegiatan 2: rotasi pusat bukan O		
Kegiatan 3 dan 4: aturan dilatasi		

Ayo Merangkum!

Lengkapi ringkasan berikut dengan kata-katamu sendiri berdasarkan hasil pengamatan dan diskusi kelompokmu!

1. Rotasi adalah perputaran objek terhadap suatu ..... dengan sudut tertentu. Jarak titik ke pusat putar ..... setelah dirotasi.
2. Dilatasi adalah perubahan ..... objek dengan faktor skala k. Jika $k > 1$ objek ....., jika $0 < k < 1$ objek .....
3. Rangkuman aturan dan sifat:

Jenis transformasi	Aturan bayangan titik (x, y)	Bentuk dan ukuran berubah? (ya / tidak)
Rotasi 90°, pusat O		
Rotasi 180°, pusat O		
Rotasi 270°, pusat O		
Dilatasi pusat O, faktor k		

Catatan: pada pertemuan berikutnya kita membandingkan karakteristik keempat transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi).

Ayo Merefleksi!

1. Apa hal baru yang kamu pelajari hari ini?

2. Bagian mana yang masih sulit kamu pahami?

3. Apa perbedaan terbesar antara rotasi dan dilatasi menurutmu?

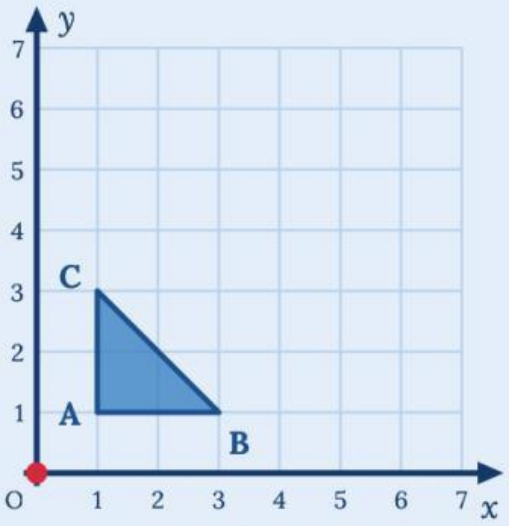
Ayo Berlatih !

Tugas individu. Kerjakan sendiri untuk mengetahui sejauh mana kamu telah mencapai tujuan pembelajaran.

1. Tentukan bayangan titik K(3, −4) oleh rotasi terhadap titik O berlawanan arah jarum jam.

Titik K(3, −4) dirotasi terhadap O	90°	180°	270°
Bayangan K′	(,)	(,)	(,)

2. Segitiga ABC dengan A(1, 1), B(3, 1), dan C(1, 3) didilatasi dengan pusat O dan faktor skala 2. Gambarkan bayangannya A′B′C′ pada bidang di samping dan tulis koordinatnya.



3. Tentukan bayangan titik D(4, −6) oleh dilatasi pusat O dengan faktor skala 1/2, dan bayangan titik E(−3, 2) dengan faktor skala 3.

4. Bayangan titik P oleh dilatasi pusat O dengan faktor skala 3 adalah P′(6, −9). Tentukan koordinat titik P.

5. Tentukan jenis transformasi pada setiap peristiwa berikut, lalu beri alasanmu.

Peristiwa	Jenis transformasi	Alasan
a. Jarum jam bergerak mengelilingi pusat jam		
b. Foto di layar ponsel diperbesar dengan dua jari		