LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Invers Matriks Ordo 2 × 2

Mata Pelajaran: Matematika | Kelas: XI | Berbantuan PaMa Website

Nama Kelompok : _____

Nama Anggota : _____

Kelas : _____

A. Capaian Pembelajaran (CP)

Peserta didik mampu menganalisis sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks identitas, menentukan nilai determinan matriks ordo 2×2, menganalisis syarat eksistensi invers matriks (matriks nonsingular), menentukan matriks adjoin ordo 2×2, serta menggunakannya dalam menyelesaikan masalah aljabar.

B. Tujuan Pembelajaran (TP)

1. Memahami konsep matriks identitas dan relasi perkalian matriks dengan inversnya dalam menemukan rumus invers ordo 2×2.
2. Menentukan nilai determinan dan menyusun matriks adjoin (perubahan posisi diagonal utama dan tanda diagonal samping) dengan tepat.
3. Menganalisis syarat eksistensi invers suatu matriks serta mengidentifikasi kondisi matriks singular (determinan bernilai nol).
4. Menggunakan PaMa Website (Papan Matriks Interaktif) dan LKPD digital secara aktif untuk memecahkan masalah terkait perhitungan invers matriks.
5. Bekerja sama dalam kelompok serta mengomunikasikan hasil eksplorasi dan refleksi pemahaman konsep invers matriks secara interaktif.

C. Petunjuk Pengerjaan

1. Kerjakan LKPD ini secara berkelompok dan diskusikan setiap jawaban bersama anggota kelompokmu.
2. Isilah kotak kosong (□) dengan jawaban yang tepat dan pilih jawaban yang benar pada pilihan yang tersedia.
3. Gunakan PaMa Website untuk menguji dan memeriksa hasil perhitunganmu.

KEGIATAN 1: Matriks Identitas dan Determinan

1.1 Perkalian Matriks Identitas

Hitunglah hasil kali berikut:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix}$$

Perkalian suatu matriks dengan matriks identitas menghasilkan:

- ☐ Matriks nol
- ☐ Matriks itu sendiri
- ☐ Transpos matriks

LIVEWORKSHEETS

1.2 Hitung Determinan Matriks Berikut:

1. $\det \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = \square$

2. $\det \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = \square$

3. $\det \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = \square$

KEGIATAN 2: Menemukan Rumus Invers Matriks Ordo 2 × 2

Diketahui dua pasang matriks beserta inversnya:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{dan} \quad A^{-1} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{dan} \quad B^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

2.1 Pembuktian Relasi Identitas ($A \cdot A^{-1}$):

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad \\ \hline \end{array}$$

2.2 Pembuktian Relasi Identitas ($B \cdot B^{-1}$):

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad \\ \hline \end{array}$$

Kedua hasil kali di atas menghasilkan:

- ☐ Matriks nol
- ☐ Matriks Identitas

LIVEWORKSHEETS

2.3 Lengkapi Tabel Hubungan Determinan & Invers:

Matriks	Determinan	Invers	Determinan × Invers
$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$	1	$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$
$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}$	2	$\begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$

2.4 Analisis Pola Adjoin:

Bandingkan matriks asli **[a b ; c d]** dengan matriks pada kolom "Determinan × Invers":

Posisi entri a dan d:

- ☐ Tetap di tempatnya
- ☐ Saling bertukar tempat

Posisi entri b dan c:

- ☐ Posisinya tetap, tetapi tandanya berubah/dinegasikan
- ☐ Saling bertukar tempat

2.5 Melengkapi Rumus Invers:

Berdasarkan pola di atas, rumus invers matriks M = [a b ; c d] dengan $ad - bc \neq 0$ adalah:

$$M^{-1} = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

KEGIATAN 3: Syarat Eksistensi Invers (Matriks Singular)

3.1 Menguji Matriks C

$$C = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

Hitung nilai determinannya:

$\det(C) = (3 \times 4) - (6 \times 2) =$ $\square$ − $\square$ = $\square$

3.2 Analisis Rumus & Pengujian PaMa Website

Jika kita memasukkan nilai det(C) ke dalam rumus invers C^{-1} = **1/det(C)** · adj(C), bentuk pecahan di depannya menjadi:

$$\frac{1}{\square}$$

LIVEWORKSHEETS

Dalam matematika, pembagian dengan angka 0 bernilai:

- ☐ Terdefinisi (ada hasilnya)
- ☐ Tidak Terdefinisi (tidak ada hasilnya)

Saat diinput ke PaMa Website, matriks C akan menampilkan peringatan MATRIKS SINGULAR, yang artinya matriks ini TIDAK MEMILIKI INVERS.

3.3 Centang Semua Matriks yang MEMILIKI Invers (Uji lewat nilai determinannya):

☐ $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$ → det = ☐

☐ $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ → det = ☐

☐ $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$ → det = ☐

KEGIATAN 4: Lembar Kerja Formatif

4.1 Pilihan Ganda

Invers dari matriks P = [4 3 ; 3 2] adalah ...

☐ A. $\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$

☐ B. $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$

☐ C. $\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$

☐ D. $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

4.2 Analisis Kesalahan

Seorang siswa menghitung invers dari K dengan langkah berikut:

$$K = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

1. $\det(K) = (5 \times 2) - (2 \times 4) = 2$
2. $K^{-1} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}$

(a) Di mana letak kesalahan siswa tersebut?

- ☐ Perhitungan determinan
- ☐ Posisi a dan d tidak ditukar
- ☐ Perubahan tanda b dan c
- ☐ Pengali skalar

(b) Tuliskan jawaban K^{-1} yang benar:

$K^{-1} =$ | | |
|---|---|
| | |

LIVEWORKSHEETS