Jadilah Penjaga Budaya Lampung

E-LKPD Etnomatematika

Limit Fungsi Trigonometri



Nama :

Kelas :

START

LIVEWORKSHEETS

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga E-LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik Elektronik) pada materi Limit Fungsi Trigonometri ini dapat disusun dengan baik.

E-LKPD ini dikembangkan dengan mengintegrasikan unsur budaya lokal Lampung melalui pendekatan etnomatematika dan menggunakan model pembelajaran Contextual Teaching and Learning (CTL). Penyusunan E-LKPD ini bertujuan untuk membantu peserta didik memahami konsep limit fungsi trigonometri melalui permasalahan yang dekat dengan kehidupan sehari-hari, khususnya yang berkaitan dengan budaya Lampung, seperti rumah adat Nuwo Sesat dan Mahkota Siger.

Melalui kegiatan pembelajaran yang disajikan, peserta didik diharapkan dapat membangun pemahamannya secara mandiri, aktif berdiskusi, menemukan konsep matematika, serta menerapkan pengetahuan yang diperoleh dalam menyelesaikan berbagai permasalahan. Selain itu, penggunaan konteks budaya lokal diharapkan dapat menumbuhkan ketertarikan peserta didik terhadap matematika sekaligus meningkatkan apresiasi terhadap kekayaan budaya daerah.

Penyusun menyadari bahwa E-LKPD ini masih memiliki kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan agar E-LKPD ini menjadi lebih baik. Penyusun juga berharap E-LKPD ini dapat memberikan manfaat bagi peserta didik maupun pendidik dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika yang lebih bermakna dan menyenangkan.

Akhir kata, semoga E-LKPD ini dapat menjadi salah satu sumber belajar yang bermanfaat serta memberikan pengalaman belajar matematika yang lebih dekat dengan kehidupan dan budaya peserta didik.

17 November 2026

Penulis



LIVEWORKSHEETS

Peta Konsep
Limit Fungsi Trigonometri

untuk $x \to 0$

Etnomatematika Lampung

Konteks Budaya

Nuwo Sesat
(Atap Rumah Adat)



Mahkota Siger
(Ikon Lampung)



Dimodelkan dengan:

$$h = 4 \tan \alpha$$

Limit → 0

$$h = 4\alpha$$
(makin landai)

Limit → 0

$$\frac{p}{q} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

Bentuk Tak Tentu 0/0

Substitusi Langsung $x = 0$

$$\frac{0}{0} \rightarrow$$ Terjadi ketika pembilang dan penyebut sama-sama mendekati 0.

Sifat Limit Trigonometri

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\sin bx}{x} = b$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\tan bx}{x} = \frac{b}{a}$$

Identitas Sudut Rangkep

$$1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = 2$$

Latihan Soal 1-3

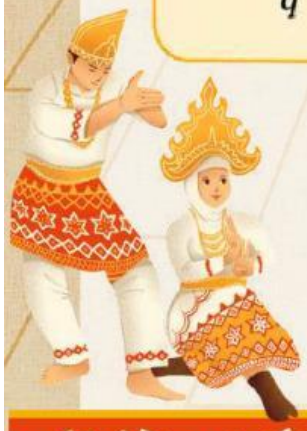
Tanpa Konteks

$$\frac{\sin 3x}{6x}, \quad \frac{\sin (4x + \tan 2x)}{3x}$$

Pendekatan CTL

7 Langkah pada Tiap Masalah

1. **Konstruktivisme** — Catat yang diketahui!
2. **Bertanya** — Mengapa muncul 0/0?
3. **Menemukan** — Tabel: sudut makin dekat 0
4. **Masyarakat Belajar** — Diskusi bersama teman
5. **Pemodelan** — Meniru contoh penyelesaian
6. **Refleksi** — Kesimpulan dan katiaan budaya
7. **Penilaian Autentik** — Google Form



LIVEWORKSHEETS

MENU



PANDUAN PENGGUNAAN E-LKPD



PETUNJUK DAN TUJUAN



KOMPONEN CTL



MATERI



CONTOH SOAL



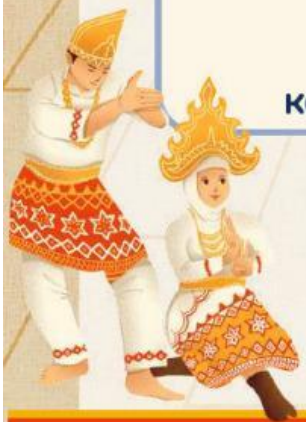
MASALAH KONTEKSTUAL 1



MASALAH KONTEKSTUAL 2



LATIHAN SOAL



LIVEWORKSHEETS

PANDUAN PENGGUNAAN E-LKPD



Tombol Home
Tombol yang akan mengarah ke halaman utama



Tombol Previous
Tombol yang akan mengarahkan ke halaman sebelumnya



Tombol Next
Tombol yang akan mengarahkan ke halaman berikutnya



Tombol Menu
Tombol yang mengarahkan ke halaman Menu pilihan



Kolom Jawaban
Klik pada kolom jawaban yang tersedia, kemudian ketik jawabanmu sesuai instruksi kegiatan.











LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK DAN TUJUAN

Cara Belajar



Berdoa Terlebih dahulu



Baca Materi Hingga Selesai



Kerjakan Soal Secara Berurutan



Isi jawaban



Skor ditampilkan

Capaian Pembelajaran

Di akhir fase F+, peserta didik dapat membangun pemahaman matematis yang kuat dan menjadi jembatan konseptual agar dapat memahami tentang laju perubahan sesaat sehingga siswa mampu melakukan perhitungan turunan dari limit fungsi trigonometri dan mengaplikasikannya dalam penyelesaian masalah praktis.

Tujuan

1. Peserta didik diharapkan dapat mengamati, mengidentifikasi dan menggunakan sifat-sifat limit fungsi trigonometri.
2. Peserta didik dapat Menentukan limit fungsi trigonometri.
3. Peserta didik dapat Menyelesaikan masalah yang akan berkaitan dengan limit fungsi trigonometri



LIVEWORKSHEETS

Komponen CTL



Konstruktivisme

Membangun pengetahuan melalui pengalaman dan pengamatan.



Bertanya

Menumbuhkan rasa ingin tahu melalui pertanyaan pemantik.



Menemukan

Mencari dan menyelesaikan masalah secara mandiri maupun kelompok



Masyarakat Belajar

Berdiskusi dan berbagi ide dengan teman



Pemodelan

Mmepelajari contoh dan menerapkan konsep dalam situasi nyata.



Refleksi

Meninjau kembali apa yang sudah dipelajari



Penilaian Autentik

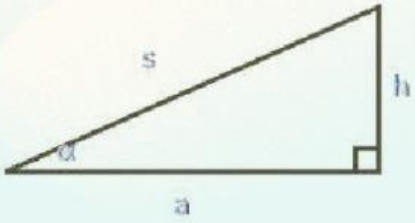
Mengukur pemahaman melalui berbagai bentuk tugas dan latihan.



LIVEWORKSHEETS

Atap Nuwo Sesat dan Perbandingan Trigonometri





Perhatikan atap Nuwo Sesat. Dilihat dari diatas, atapnya tampak seperti segitiga. Jika setengah lebar bangunan = a, tinggi atap = h, dan sudut kemiringan = α, maka atap dapat dimodelkan sebagai segitiga siku-siku.

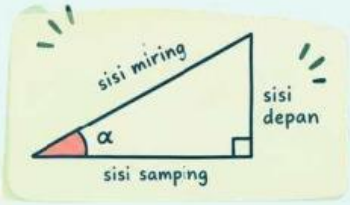
Pada segitiga siku-siku dengan sudut α:

$\sin \alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}}$

$\cos \alpha = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}}$

$\tan \alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}}$

Pada atap: $\tan \alpha = \frac{h}{a}$, sehingga $h = a \tan \alpha$



Keterangan:

α = sudut yang ditinjau
h = tinggi (sisi depan)
a = alas (sisi samping)
sisi miring = panjang sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku

α°	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha^\circ$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos \alpha^\circ$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha^\circ$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	– Tidak terdefinisi

Satuan sudut $180^\circ = \pi$ radian, sehingga 1 radian $\approx 57,3^\circ$. Untuk mengubah derajat ke radian, kalikan dengan $\frac{\pi}{180}$. Pada pembahasan limit, sudut dinyatakan dalam radian. Atur kalkulatormu ke mode RAD.

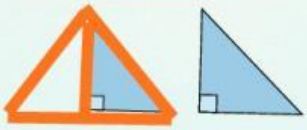
Taukah Kamu ???

Nuwo Sesat adalah rumah adat Lampung yang juga dikenal sebagai Balai Agung dan digunakan sebagai tempat musyawarah adat. Bangunannya berbentuk rumah panggung yang ditopang tiang-tiang kayu dan memiliki tangga di bagian depan (Ardiansyah dkk., 2022).

LIVEWORKSHEETS

Atap Landai dan Konsep Limit





α Besar





α lebih kecil





α sangat kecil

Lihat gambar atap pada rumah : Makin Landai (Rendah) bagian atap sehingga α semakin kecil dan h makin kecil, maka akan semakin mendekati 0



Lalu bagaimana dengan perbandingan $\frac{h}{a}$? jika a =0 langsung dimasukkan???

Yuk Pahami Konsep Limit



Jika makin landai atap, maka akan makin kecil tingginya. Bila a makin dekat ke 0, tinggi atap h= α tan α juga makin dengan ke 0. sehingga hasilnya 0/0. Karena itu kita memakai Limit.

Limit menyatakan nilai yang didekati sebuah fungsi ketika x makin dekat ke suatu titik, tanpa harus sama dengan nilai fungsi di titik itu.

Sifat Limit

1. $\lim_{x\to a}[f(x)\pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$
2. $\lim_{x\to a}[k\cdot f(x)] = k\cdot \lim_{x\to a} f(x)$
3. $\lim_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \left(\lim_{x\to a} f(x)\right)\cdot\left(\lim_{x\to a} g(x)\right)$
4. $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, dengan syarat $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$.



Budaya tidak selalu berbentuk benda. Kebiasaan yang dilakukan bersama dan nilai yang dijunjung dalam kehidupan masyarakat juga dapat menjadi bagian dari budaya. Seperti Gotong Royong, Disiplin dan Musyawarah.



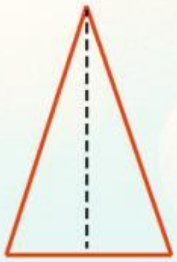
Kotak Budaya

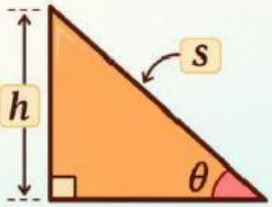
Penelitian etnomatematika pada rumah adat Lampung menemukan bentuk segitiga pada atap, segitiga sama sisi dengan sudut 60° dan belah ketupat pada ukiran, serta sudut siku-siku pada pintu, jendela, dan lantai tangga (Arnidha dkk., 2024).

LIVEWORKSHEETS

Limit Fungsi Trigonometri







Siger merupakan mahkota adat Lampung. Salah satu bagian motifnya dapat dimodelkan sebagai segitiga siku-siku dengan sisi miring *s*, tinggi *h*, dan sudut *0*.



Mengapa ??

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$$

Berdasarkan Trigonometri

$\text{Sin } 0 = \frac{h}{s}$,

sehingga $h = s \sin 0$.

Ketika sudut α semakin kecil dan mendekati nol, diperoleh :

$\frac{h}{0} = s.\sin \frac{0}{0}$.

Konsep Penting!

Untuk sudut positif θ yang mendekati nol dalam satuan radian, berlaku $\sin\theta < \theta < \tan\theta$. Jika pertidaksamaan tersebut dibagi dengan $\sin\theta$, diperoleh $1 < \frac{\theta}{\sin\theta} < \frac{1}{\cos\theta}$ Karena $\cos\theta$ mendekati 1 saat θ mendekati nol, berdasarkan teorema apit diperoleh:

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$$

Dengan demikian, $\lim_{\theta \to 0} \frac{h}{\theta} = s$.

Sifat dasar (x → 0)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

Sifat yang dikembangkan (x → 0)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{bx}{\tan ax} = \frac{b}{a}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

Dari Motif Siger

Motif Siger pada batik disusun dari fungsi trigonometri yang memuat suku sin 3x (Sutrisno & Saija, 2021).

Dengan sifat lim sin *ax* / *bx* = *a*.*b*

(a = 3 dan *b* = 1): lim $x \to 0$ $\frac{\sin 3x}{x} = 3$.

Pola ini dipakai pada Masalah 2.

Kotak Budaya - Batik Siger

Pada batik Lampung, motif Siger dan Payung Agung disusun dari fungsi trigonometri (Sutrisno & Saija, 2021).
Pada E-LKPD ini, bagian motifnya dimodelkan peneliti sebagai segitiga siku-siku, dan ukurannya hanya data model.



LIVEWORKSHEETS

Cara Menentukan Limit

1. Substitusi langsung
2. Periksa bentuk hasil (0/0)
3. Ubah bentuk jika 0/0
4. Gunakan sifat limit



Untuk atap, $\frac{h}{a} = a.tan\ \frac{a}{a}$. bentuk ini $\frac{0}{0}$ bila a= 0 langsung dimasukkan. berikut tiga cara menentukan limit, dan cara ketiga dipakai pada masalah atap tersebut.

1. Substitusi langsung

Bila fungsinya kontinu, $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$. Contoh: $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

2. Faktorisasi

Bila substitusi menghasilkan bentuk $\frac{0}{0}$ dan pembilang dan penyebut punya faktor yang sama, sederhanakan dulu.

3. Mengubah bentuk dengan sifat limit trigonometri

Ubah fungsi sehingga memuat bentuk $\frac{x}{\sin x}$, $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{x}{\tan x}$, atau $\frac{\tan x}{x}$, lalu pakai sifatnya.

Identitas trigonometri yang membantu: | 1. $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ | 2. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ | 3. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Identitas trigonometri yang membantu

1. $\csc x = \frac{1}{\sin x}$; $\sec x = \frac{1}{\cos x}$; $\cot x = \frac{1}{\tan x}$
2. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$; $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
3. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
4. $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
5. $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
6. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
7. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

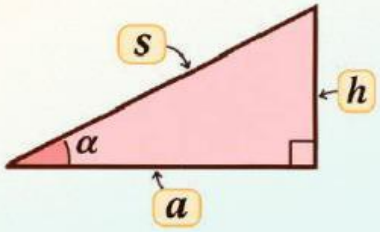
Tahukah Kalian?

Gotong royong dalam bahasa Lampung disebut **sakai sambayan**, yaitu bekerja sama dalam kelompok untuk mengerjakan sesuatu yang berat (Basyar dkk., 2020). Nilai ini kamu praktikkan saat berdiskusi pada langkah masyarakat belajar.

LIVEWORKSHEETS

Contoh Soal

Contoh ini memakai data model $a = 3\ m$, dan pada masalah nanti angkanya berbeda. Atap dimodelkan peneliti sebagai segitiga siku-siku dengan setengah lebar atap a, tinggi h, dan sudut α (radian), sehingga $h = a \tan \alpha$. Saat atap sangat landai (α mendekati 0), tinggi atap kira-kira berapa kali sudutnya?



Langkah 1 : Kontruktivisme

Diketahui: setengah lebar atap $a = 3\ m$ dan tinggi $h = 3 \tan \alpha$.

Langkah 2 : Bertanya

Setengah Lebar Atap dilihat berbentuk segitiga siku-siku. Bila $\alpha = 0$ langsung dimasukkan ke $3 \tan \frac{\alpha}{\alpha}$, hasilnya $\frac{0}{0}$, jadi belum bisa ditentukan. Kita perlu limit.

Langkah 3 : Menemukan

Baca tabel nilai saat α mendekati nol.

α	0,1	0,01	0,001
$3 \tan \alpha / \alpha$	3,0100	3,0001	3,0000

Nilai $3 \tan \frac{\alpha}{\alpha}$ mendekati 3.

Langkah 4 : Masyarakat Belajar

Dua tim menghitung dan hasilnya berbeda:

- Tim A: tinggi atap $h \approx 3.\alpha$ meter.
- Tim B: tinggi atap $h \approx 3$ meter, karena $a = 3$.

Cara memeriksa jawaban mana yang lebih benar :

lihat tabel : Saat $\alpha = 0{,}01$, nilai $3 \tan \frac{\alpha}{\alpha}$ adalah *3,0001* yaitu mendekati 3. Artinya $\frac{h}{\alpha}$ kira-kira 3, jadi h kira-kira $3 \times \alpha$.

Kesimpulan: Tim A benar. Tim B keliru karena menganggap 3 sebagai tinggi atap, padahal 3 adalah nilai $\frac{h}{\alpha}$.

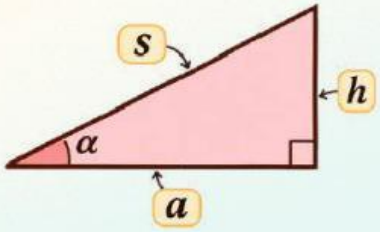
Taukah Kamu ???

Nuwo Sesat dikenal juga sebagai Balai Agung, tempat musyawarah adat (Ardiansyah dkk., 2022). Atapnya tampak seperti segitiga, sehingga dapat dimodelkan seperti contoh ini.

LIVEWORKSHEETS

Contoh Soal

Contoh ini memakai data model a = 3 m, dan pada masalah nanti angkanya berbeda. Atap dimodelkan peneliti sebagai segitiga siku-siku dengan setengah lebar atap a, tinggi *h*, dan sudut *α* (radian), sehingga *h* = a tan *α*. Saat atap sangat landai (*α* mendekati 0), tinggi atap kira-kira berapa kali sudutnya?



Langkah 5 : Pemodelan

$$Lim\ tan\ \frac{2x}{6x}$$

1. **Gunakan Sifat Dasar Limit Trigonometri:**
   Salah satu rumus dasar limit trigonometri adalah:
   $$\lim_{u\to 0}\frac{\tan(u)}{u}=1$$
2. **Manipulasi Bentuk Aljabar:**
   Ubah penyebut (6x) agar memiliki bentuk yang sama dengan sudut pada pembilang (2x). Kita tahu bahwa 6x = 3 · 2x.
   $$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{6x}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{3\cdot 2x}$$

3. Keluarkan Konstanta dari Limit:

Pisahkan konstanta $\frac{1}{3}$ ke depan limit berdasarkan sifat linearitas limit:

$$\frac{1}{3}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{2x}$$

4. Hitung Nilai Limit:

Karena $\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{2x}=1$, maka hasilnya adalah: $\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$

Langkah 6 : Refleksi

Dari contoh ini kita tahu: makin landai atap, makin kecil tingginya. Tinggi atap kira-kira 3α. Jadi limit trigonometri membantu kita menaksir tinggi atap Nuwo Sesat saat atapnya sangat landai.

Langkah 7 : Penilaian Sebenarnya

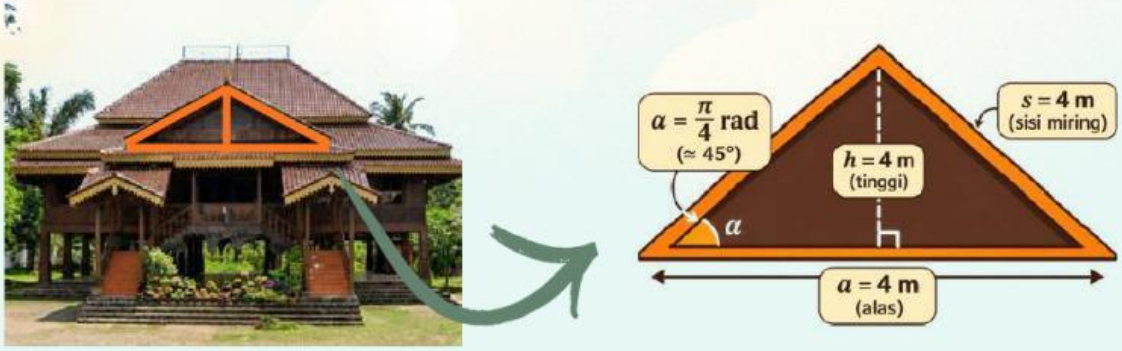
Cek hasilnya:
bila α = 0,01, tinggi atap kira-kira 3 × 0,01 = 0,03 meter.
Bila a = 3 m dan α = 0,02, tinggi atap kira-kira 3 × 0,02 = 0,06 meter.

Taukah Kamu ???

Piil Pesenggiri adalah falsafah hidup dan tatanan moral masyarakat adat Lampung untuk menjaga kehormatan dan harga diri. Istilah ini berasal dari kata piil (martabat/kehormatan) dan pesenggiri (pendirian teguh/pantang menyerah). Secara garis besar, nilai luhur ini menuntut setiap individu untuk selalu berperilaku baik demi mempertahankan nama baik diri sendiri, keluarga, dan masyarakat.

LIVEWORKSHEETS

Masalah 1



Permasalahan 1

Diatas terdapat replika atap Nuwo Sesat, rumah adat Lampung. Dari depan, atapnya dimodelkan sebagai segitiga siku-siku. Setengah lebar atap a = 4 m (data model), tinggi atap h, dan sudut kemiringan α (radian), sehingga h = 4 tan α. Kalau atap dibuat makin landai (α hampir 0), tinggi atapnya kira-kira berapa kali α? Coba tebak tanpa kalkulator!

Langkah 1 : Konstruktivisme

Amati gambar dan soal dulu, lalu catat apa yang kamu tahu.

Yuk catat dulu apa yang diketahui!

Setengah lebar atap (a) = _____ m

Tinggi atap (h) = _____

Apa bentuk atap jika dilihat dari depan?

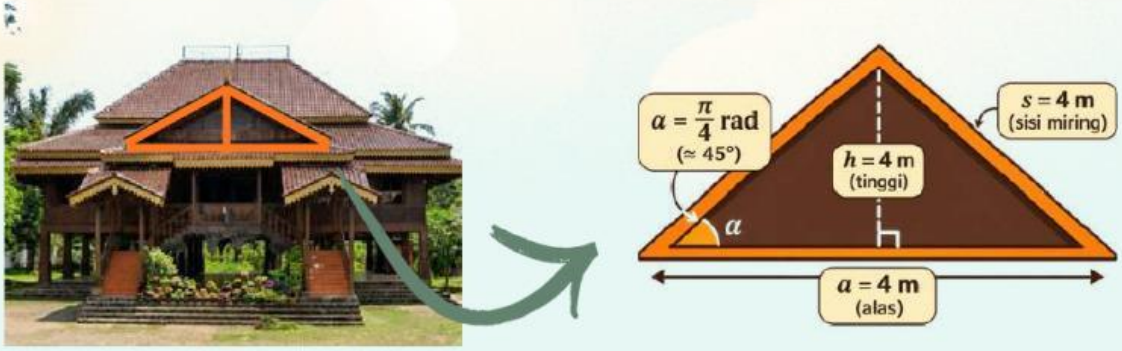
- ○ Lingkaran
- ○ Jajargenjang
- ○ Persegi
- ○ Segitiga siku-siku

Taukah Kamu ???

Nuwo Sesat dikenal juga sebagai Balai Agung, tempat musyawarah adat (Ardiansyah dkk., 2022). Atapnya tampak seperti segitiga, jadi tinggi dan kemiringannya bisa dimodelkan. Makin landai atap, makin perlu limit untuk menaksir tingginya.

LIVEWORKSHEETS

Masalah 1



Langkah 2 : Bertanya

Apakah ada yang aneh? Coba jawab pertanyaan ini.

Coba masukkan α = 0 ke 4 tan $\frac{\alpha}{\alpha}$. Hasilnya menjadi ...

- 4/0
- 0/0
- 0
- 4

Langkah 3 : Menemukan

Lihat tabel di bawah. Apa yang terjadi pada nilainya saat sudut makin dekat ke nol?

α	0,1	0,01	0,001
4 tan $\frac{\alpha}{\alpha}$	4,0134	4,0001	4,0000

Makin kecil α, nilai 4 tan $\frac{\alpha}{\alpha}$ makin dekat ke angka ____

Langkah 4 : Masyarakat Belajar

Ayo Realisasikan Sakai sambayan dengan cara berdiskusi

Berdiskusilah dengan teman kelompokmu. Dua tim punya jawaban berbeda, jadi bandingkan lalu pilih yang benar.

Tim A: h ≈ 4α meter **Tim B: h ≈ 4 meter, karena a = 4**

Dari hasil diskusi yang kamu lakukan, jawaban yang benar adalah ...

- Tim B
- Keduaya benar
- Tim A
- Tidak ada yang benar

LIVEWORKSHEETS