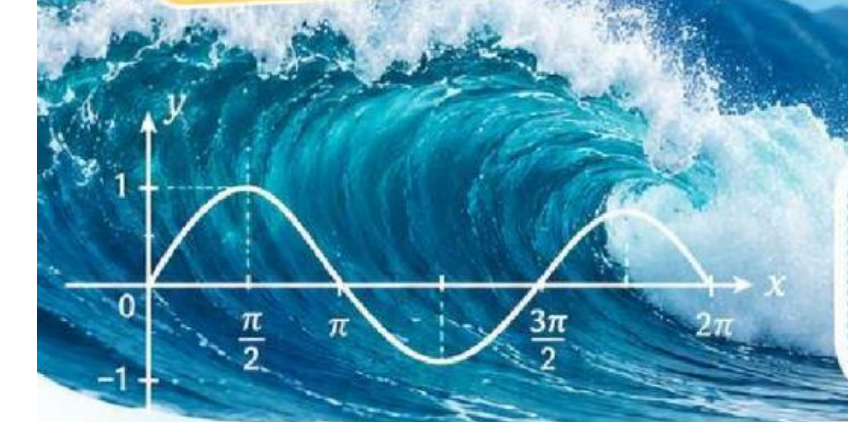
E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Belajar Matematika dengan Memahami, Mengaplikasikan, dan Merefleksikan



$y = A\sin(kx + \varphi)$

> "Banyak fenomena di sekitar kita, seperti gelombang laut, getaran jembatan, atau gerak bandul, dapat digambarkan dengan fungsi trigonometri."

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Menjelaskan pengertian limit fungsi trigonometri.
2. Mengidentifikasi sifat-sifat dasar fungsi trigonometri yang digunakan dalam penyelesaian limit.
3. Menentukan nilai limit fungsi trigonometri menggunakan identitas dan rumus dasar.
4. Menyelesaikan masalah limit fungsi trigonometri dengan strategi yang tepat.
5. Mengomunikasikan hasil pemecahan masalah melalui diskusi kelompok.
6. Merefleksikan pemahaman dan proses pembelajaran.

IDENTITAS KELOMPOK

Nama Kelompok	
Kelas	XII
Anggota 1	
Anggota 2	
Anggota 3	
Anggota 4	
Anggota 5	
Anggota 6	

PERTANYAAN PEMANTIK

- Pernahkah kalian memperhatikan gerakan ombak laut, gelombang suara, atau gerakan bandul?
- Fenomena tersebut dapat digambarkan menggunakan fungsi trigonometri.
- Bagaimana kita mengetahui nilai suatu fungsi ketika sudut mendekati nol?
- Apakah nilai fungsi selalu sama dengan nilai yang didekatinya?

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD

1. Bacalah setiap petunjuk kegiatan dengan teliti.
2. Kerjakan aktivitas secara berkelompok.
3. Diskusikan setiap permasalahan sebelum menentukan jawaban.
4. Masukkan jawaban pada kolom interaktif Live Worksheets.
5. Periksa hasil pekerjaan dan pahami umpan balik yang diberikan.
6. Lakukan refleksi pada akhir kegiatan.

LIVEWORKSHEETS

E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Ayo Memahami

Mengenal Konsep Limit Fungsi Trigonometri

Tujuan Kegiatan

Peserta didik dapat memahami konsep limit fungsi trigonometri melalui pengamatan nilai fungsi yang mendekati suatu titik.

A. Ayo Mengamati!

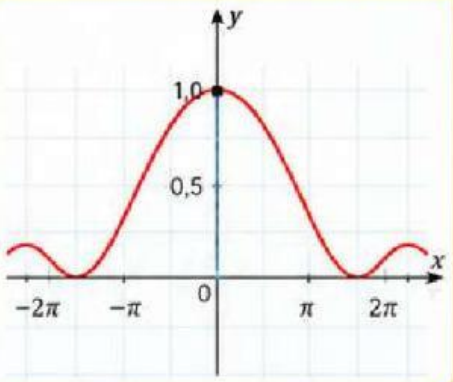
Perhatikan fungsi berikut.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

Untuk mengetahui nilai $f(x)$ ketika x mendekati nol, perhatikan tabel berikut. Sudut dinyatakan dalam radian.

Nilai x	Nilai $f(x) = \frac{\sin x}{x}$
0,5	0,9589
0,1	0,9983
0,01	0,99998
0,001	0,9999998

Grafik fungsi $f(x) = \frac{\sin x}{x}$



Pernahkah kamu menyadari?

Walaupun nilai fungsi $\frac{\sin x}{x}$ tidak terdefinisi pada $x = 0$, namun nilainya semakin mendekati 1 ketika x semakin mendekati 0.

B. Pertanyaan Interaktif

1 Ketika nilai x mendekati nol, nilai $f(x)$ mendekati ....

- A 0
- B 0,5
- C 1
- D 2

2 Apakah fungsi $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ terdefinisi ketika $x = 0$?

- ◯ Ya
- ◯ Tidak

3 Berdasarkan tabel dan grafik, apa kesimpulan yang dapat kalian buat mengenai nilai limit fungsi tersebut ketika x mendekati nol?

C. Mari Memahami Konsep!

Limit merupakan nilai yang didekati oleh suatu fungsi ketika variabel mendekati bilangan tertentu.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Artinya, ketika x mendekati a, nilai fungsi $f(x)$ mendekati L.

D. Sifat-Sifat Limit Trigonometri

Untuk sudut dalam satuan radian, berlaku:

1. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
3. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

Ingat!

Dalam limit fungsi trigonometri, sudut harus dinyatakan dalam radian. Nilai limit tidak selalu diperoleh dengan substitusi langsung.

E. Cek Pemahaman!

Tentukan pernyataan berikut benar atau salah dengan memberi tanda pada kolom yang sesuai.

No.	Pernyataan	Benar	Salah
1	Limit adalah nilai yang didekati fungsi ketika variabel mendekati suatu bilangan tertentu.	☐	☐
2	$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	☐	☐
3	Sudut dalam limit trigonometri menggunakan satuan radian.	☐	☐
4	$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = 0$	☐	☐

LIVEWORKSHEETS

E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Ayo Memahami

Eksplorasi dan Penemuan Konsep

A. Permasalahan Awal

Seorang siswa mencoba menghitung nilai limit berikut.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x}$$

Ketika $x = 0$, diperoleh $\frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$

- Apakah bentuk $\frac{0}{0}$ merupakan jawaban akhir?
- Bagaimana cara menentukan nilai limit tersebut?

B. Contoh Penyelesaian

Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x}$.

Langkah penyelesaian:

1. Kalikan dan bagi dengan 3.
   $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x} = 3 \lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{3x}$
2. Gunakan sifat dasar limit trigonometri $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
   $= 3(1)$
3. Jadi, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x} = 3$

Ingat!

Sifat dasar limit trigonometri:

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
3. $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

Dalam limit fungsi trigonometri, sudut harus dinyatakan dalam radian.

C. Eksplorasi Bersama Kelompok

Kerjakan soal-soal berikut. Diskusikan langkah penyelesaiannya dan tuliskan hasilnya pada kolom yang tersedia.

1. Tentukan nilai: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{x}$
   Jawab:
2. Tentukan nilai: $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 4x}{x}$
   Jawab:
3. Tentukan nilai: $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$
   Jawab:
4. Tentukan nilai: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{3x}$
   Jawab:

D. Pertanyaan Penalaran

1. Mengapa bentuk $\frac{0}{0}$ tidak dapat langsung dijadikan jawaban?
2. Mengapa kita perlu mengubah bentuk fungsi sebelum menggunakan sifat limit trigonometri?
3. Apa hubungan antara koefisien sudut dan hasil limit pada bentuk $\frac{\sin ax}{x}$ dan $\frac{\tan ax}{x}$?
4. Apakah hasil limit berubah jika sudut dinyatakan dalam derajat? Jelaskan.

Diskusikan bersama anggota kelompok dan tuliskan hasil pemikiran kalian dengan jelas.



E. Kesimpulan Kelompok

Setelah mengerjakan aktivitas di atas, tuliskan kesimpulan kelompok kalian mengenai cara menentukan limit fungsi trigonometri.

1. Sifat dasar limit trigonometri yang kami pelajari adalah ...
2. Langkah penting dalam menyelesaikan limit fungsi trigonometri adalah ...
3. Hal yang masih membingungkan bagi kelompok kami adalah ...

LIVEWORKSHEETS

E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Ayo Mengaplikasikan

Latihan Penerapan Konsep

Tujuan Kegiatan

- Peserta didik mampu menggunakan sifat-sifat limit fungsi trigonometri untuk menyelesaikan soal secara mandiri dan berkelompok.
- Peserta didik dapat memilih strategi penyelesaian yang tepat.

Ingat!
Gunakan sifat dasar limit trigonometri dan pastikan sudut dinyatakan dalam radian.

A. Selesaikan Soal Berikut!

Tentukan nilai limit fungsi trigonometri berikut dengan menunjukkan langkah penyelesaiannya.

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{2x}$

Jawab:

2. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 6x}{3x}$

Jawab:

3. $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$

Jawab:

4. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

Jawab:

B. Pasangkan dengan Jawaban yang Tepat!

Pasungkan setiap soal pada kolom kiri dengan jawaban yang sesuai di kolom kanan.

1	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{2x}$	A	0,4
2	$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 6x}{3x}$	B	3,5
3	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$	C	8
4	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$	D	2

C. Soal Kontekstual

Sebuah jembatan gantung memiliki desain lengkung kabel yang dapat dimodelkan dengan fungsi tinggi kabel terhadap jarak horizontal sebagai berikut.

$$h(x) = 5\frac{(1-\cos 2x)}{x^2}$$



1. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} h(x)$.

Jawab:

2. Jelaskan makna nilai limit tersebut dalam konteks ketinggian kabel jembatan!

Jawab:

D. Analisis dan Diskusi

Setelah menyelesaikan soal di atas, jawablah pertanyaan berikut bersama kelompok.

1. Sifat limit apa yang paling sering digunakan?
2. Bagaimana cara menentukan bentuk fungsi yang sesuai dengan rumus dasar limit trigonometri?
3. Apakah terdapat cara lain untuk menyelesaikan soal-soal tersebut? Jelaskan!

E. Tantangan Mandiri (HOTS)

Tentukan nilai limit berikut dan jelaskan langkah penyelesaiannya!

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x - 2\sin 2x}{x}$

Jawab:

2. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 3x - 3x}{x^3}$

Jawab:

LIVEWORKSHEETS

E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Ayo Mengaplikasikan

Tantangan HOTS dan Pemecahan Masalah Kontekstual

A. Masalah Kontekstual: Gelombang Laut

Gelombang laut dapat dimodelkan menggunakan fungsi trigonometri. Salah satu model sederhana gerakan gelombang laut dinyatakan dengan fungsi :

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$$

Fungsi tersebut digunakan untuk memodelkan tinggi gelombang terhadap perubahan sudut x (dalam radian).



Tujuan Kegiatan

Peserta didik mampu menyelesaikan permasalahan limit fungsi trigonometri dalam konteks nyata dengan strategi yang tepat dan memberikan alasan matematis yang logis.

Pertanyaan

1 Tentukan nilai $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x}$.

Jawab:

2 Jelaskan mengapa sifat dasar limit trigonometri dapat digunakan pada permasalahan ini.

Jawab:

3 Jika model fungsi gelombang diubah menjadi $g(x) = \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$, tentukan nilai $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ dan jelaskan maknanya dalam konteks gelombang laut.

Jawab:

B. Analisis Kasus: Dua Pendapat Berbeda

Dua kelompok siswa memperoleh hasil berbeda untuk soal berikut.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 4x}{2x}$$

Kelompok A
Jawaban: 2

Kelompok B
Jawaban: 4



Tugas Kelompok

1. Analisis kedua jawaban tersebut.
2. Tentukan jawaban yang benar.
3. Berikan alasan matematis untuk mendukung keputusan kalian.
4. Buat satu soal limit trigonometri sejenis dan tukarkan dengan kelompok lain.

Jawaban dan Alasan:

Soal buatan kelompok:

C. Pemecahan Masalah Kontekstual Lainnya



Ketinggian salah satu kursi bianglala terhadap tanah dapat dimodelkan dengan fungsi $h(t) = \frac{1 - \cos kt}{t^2}$, dengan t menyatakan waktu (dalam radian) dan k konstanta.

Jika $k = 5$, tentukan nilai $\lim\limits_{t \to 0} h(t)$ dan jelaskan maknanya dalam konteks gerak bianglala ketika t mendekati 0.

Jawab:

D. Tantangan HOTS

1 Tentukan nilai limit berikut dengan langkah penyelesaian yang jelas.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x - 5\sin x}{x}$$

Jawab:

2 Tentukan nilai limit berikut dan jelaskan strategi penyelesaiannya.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan 3x - 3x}{x^3}$$

Jawab:

E. Refleksi Singkat

Setelah mengerjakan aktivitas pada halaman ini, jawablah pertanyaan berikut.

1. Apa strategi yang paling membantu kalian dalam menyelesaikan soal limit trigonometri?
2. Bagaimana penerapan limit trigonometri dalam kehidupan nyata?
3. Apa hal baru yang kalian pelajari hari ini?

LIVEWORKSHEETS

E-LKPD
Elektronik Lembar Kegiatan Peserta Didik

MATEMATIKA
SMA KELAS XII

Kurikulum Merdeka
Pendekatan Pembelajaran Mendalam

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Ayo Merefleksikan

Refleksi, Evaluasi, dan Penguatan Pemahaman

A. Refleksi Pengalaman Belajar

Jawablah pertanyaan berikut dengan jujur sesuai pengalaman kalian selama mengikuti kegiatan pada E-LKPD ini.

1. Apa pengetahuan baru yang kalian peroleh tentang limit fungsi trigonometri?
2. Bagian mana yang paling mudah kalian pahami? Jelaskan alasannya.
3. Bagian mana yang masih sulit dipahami? Jelaskan alasannya.
4. Bagaimana diskusi kelompok membantu kalian memahami materi?
5. Apakah penggunaan Live Worksheets membuat pembelajaran lebih menarik? Jelaskan.
6. Apa yang akan kalian lakukan untuk meningkatkan pemahaman kalian pada materi ini?

B. Penilaian Diri

Berikan tanda centang (✓) pada kolom yang sesuai dengan kondisi kalian setelah mengikuti kegiatan pembelajaran.

No.	Pernyataan	Ya	Belum
1	Saya memahami pengertian limit fungsi trigonometri.	☐	☐
2	Saya memahami sifat-sifat dasar limit fungsi trigonometri.	☐	☐
3	Saya mampu menentukan nilai limit fungsi trigonometri.	☐	☐
4	Saya dapat memilih strategi penyelesaian yang tepat.	☐	☐
5	Saya dapat menjelaskan alasan matematis dari jawaban saya.	☐	☐
6	Saya aktif berpartisipasi dalam diskusi kelompok.	☐	☐
7	Saya dapat mengaitkan materi dengan masalah kehidupan nyata.	☐	☐
8	Saya merasa lebih percaya diri dalam menyelesaikan soal limit fungsi trigonometri.	☐	☐

C. Evaluasi Akhir Individu

Kerjakan soal-soal berikut secara mandiri. Tuliskan langkah penyelesaiannya pada kolom yang tersedia.

1. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 8x}{4x}$.

Jawab:

2. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 3x}{6x}$.

Jawab:

3. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 5x}{x^2}$

Jawab:

4. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 7x}$

Jawab:

5. Jelaskan mengapa dalam limit fungsi trigonometri sudut harus dinyatakan dalam radian.

Jawab:

D. Peta Konsep

Lengkapilah peta konsep berikut dengan kata atau rumus yang tepat.

Limit Fungsi Trigonometri

Sifat-sifat dasar limit trigonometri

.....	.....	.....
$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$	$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

E. Pesan dan Kesimpulan

Tuliskan kesimpulan akhir kalian mengenai materi limit fungsi trigonometri setelah menyelesaikan seluruh kegiatan pada E-LKPD ini.

E. Komitmen Belajar

Tuliskan satu komitmen yang akan kalian lakukan untuk meningkatkan kemampuan matematika, khususnya pada materi limit fungsi trigonometri.

"Setiap langkah kecil dalam belajar adalah bagian dari kemajuan besar."

LIVEWORKSHEETS