LKPD DIGITAL • PENEMUAN TERBIMBING

LKPD INVERS MATRIKS ORDO 2 × 2

Mata Pelajaran	Matematika	**Kelas / Fase**	XI / Fase F
Materi	Invers Matriks Ordo 2 × 2	**Media**	KoMat Website & LKPD Digital
Penyusun	Amanda Auliani & Zainatunnisa Assyarifi		

Nama _____ **Kelas** _____ **No. Absen** _____

Capaian Pembelajaran (CP)

Peserta didik mampu menyatakan data dalam bentuk matriks, melakukan operasi aljabar matriks, serta menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks ordo 2 × 2 serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

Tujuan Pembelajaran (TP)

1. Melalui media KoMat Website di rumah dan LKPD digital penemuan terbimbing, peserta didik dapat menemukan konsep dan rumus invers matriks ordo 2 × 2 secara mandiri berdasarkan relasi perkalian dengan matriks identitas dengan tingkat ketepatan penalaran minimal 85%.
2. Melalui eksplorasi digital, peserta didik dapat menganalisis kondisi matriks singular (determinan nol) untuk menentukan eksistensi invers secara logis.
3. Melalui simulasi pemecahan masalah, peserta didik dapat menyelesaikan perhitungan invers matriks dengan meminimalisir kesalahan posisi adjoin dan operasi skalar pada lembar kerja formatif ini.

Petunjuk Pengerjaan

1. Bacalah setiap instruksi dengan cermat dan kerjakan secara berurutan, mulai dari Kegiatan 1 sampai Kegiatan 4.
2. Tuliskan jawaban pada **kotak kuning** yang tersedia. Pecahan ditulis dengan garis miring (contoh: 3/4) dan bilangan negatif dengan tanda minus (contoh: -2).
3. Tanda ○ berarti pilih **satu** jawaban; tanda ☐ berarti dapat memilih **lebih dari satu** jawaban.
4. Gunakan KoMat Website atau kertas coretan untuk membantu perhitungan. Tekan tombol **Finish** setelah seluruh soal selesai dikerjakan.

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN 1 • Matriks Identitas dan Determinan

Mengingat kembali konsep prasyarat.

Konsep Prasyarat

Matriks identitas ordo 2 × 2: $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Determinan matriks $M = [[a, b], [c, d]]$ adalah $\mathbf{det(M) = ad - bc}$.

1.1 Hitunglah hasil kali berikut:

$$A \cdot I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

Dengan demikian, perkalian suatu matriks dengan I menghasilkan ...

○ matriks nol ○ matriks itu sendiri ○ transpos matriks

1.2 Hitunglah determinan matriks-matriks berikut (hasilnya akan digunakan pada kegiatan selanjutnya):

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \square \quad \det \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \square \quad \det \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \square$$

KEGIATAN 2 • Menemukan Rumus Invers Matriks Ordo 2 × 2

Amati hubungan antara suatu matriks, determinannya, dan inversnya.

Invers matriks A, dinotasikan A^{-1}, adalah matriks yang memenuhi $\mathbf{A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I}$. Sebagai analogi pada bilangan real, 2 × ½ = 1 sehingga ½ adalah invers perkalian dari 2. Diketahui dua matriks beserta inversnya:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1 Buktikan relasi dengan matriks identitas. Hitunglah $A \cdot A^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

2.2 Hitunglah $B \cdot B^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

Kedua hasil kali tersebut adalah ...

- ○ matriks nol
- ○ matriks identitas

2.3 Lengkapi kolom terakhir dengan mengalikan setiap invers dengan determinan matriks aslinya (nilai determinan diambil dari 1.2).

Matriks	Determinan	Invers	Determinan × Invers
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	1	$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$	2	$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$

2.4 Bandingkan matriks asli $[[a, b], [c, d]]$ dengan matriks pada kolom "Determinan × Invers". Posisi entri a dan d ...

- ○ tetap pada tempatnya
- ○ saling bertukar tempat
- ○ berubah menjadi bilangan lain

2.5 Posisi entri b dan c ...

- ○ saling bertukar tempat
- ○ tetap pada tempatnya, tetapi tandanya berubah
- ○ tidak mengalami perubahan

2.6 Matriks pada kolom "Determinan × Invers" disebut **adjoin**, ditulis adj(M). Berdasarkan pola pada 2.4 dan 2.5, lengkapi rumus invers untuk $M = [[a, b], [c, d]]$ dengan $ad - bc \neq 0$:

$$M^{-1} = \frac{1}{\text{ad} - \text{bc}} \cdot \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

KEGIATAN 3 • Syarat Eksistensi Invers (Matriks Singular)

Menganalisis kondisi ketika invers suatu matriks tidak ada.

Perhatikan matriks C = [[2, 4], [1, 2]]. Misalkan $C^{-1} = [[p, q], [r, s]]$. Dari $C \cdot C^{-1} = I$ (kolom 1) diperoleh: $2p + 4r = 1$ ...(1) dan $p + 2r = 0$ ...(2)

3.1 Determinan matriks C:

$\det(C) =$ $\square$

LIVEWORKSHEETS

3.2 Dari (2), $p = -2r$. Substitusikan ke (1): $2(-2r) + 4r =$ ☐ padahal ruas kanannya 1, sehingga terbentuk pernyataan $0 = 1$.

Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa ...

- ○ sistem persamaan memiliki penyelesaian, sehingga C^{-1} ada
- ○ terjadi kontradiksi, sehingga C^{-1} tidak ada

3.3 Lengkapi kesimpulan berikut:

Matriks M memiliki invers jika $\det(M) \neq$ ☐ .

Jika $\det(M) = 0$, maka M disebut matriks ☐ dan tidak memiliki invers.

3.4 Hitunglah determinannya, kemudian centang **semua** matriks yang **memiliki invers**:

☐ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ det = ☐

☐ $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ det = ☐

☐ $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ det = ☐

☐ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ det = ☐

3.5 Pengayaan. Matriks $[[x, 2], [3, x + 1]]$ tidak memiliki invers. Tentukan nilai x.

$\det = x(x + 1) - 6 = x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x +$ ☐ $)(x -$ ☐ $) = 0$

$x =$ ☐ atau $x =$ ☐

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN 4 • Lembar Kerja Formatif

Kerjakan dengan teliti, terutama pada posisi adjoin dan operasi skalar.

4.1 Invers dari matriks [[5, 2], [7, 3]] adalah ...

○ **A.** $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

○ **B.** $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

○ **C.** $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

○ **D.** $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$

4.2 Pasangkanlah setiap matriks dengan inversnya (tarik garis dari titik di sebelah kiri ke titik di sebelah kanan):

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ ●

2. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ●

3. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ●

4. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ●

● **A.** $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

● **B.** $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

● **C.** $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

● **D.** $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

4.3 Analisis Kesalahan. Seorang siswa menghitung invers matriks P = [[4, 3], [2, 2]] dan menuliskan langkah berikut:

① $\det(P) = 4\cdot 2 - 3\cdot 2 = 2$

② $P^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(a) Kesalahan terdapat pada ...

- ○ perhitungan determinan
- ○ posisi *a* dan *d* (tidak ditukar)
- ○ perubahan tanda *b* dan *c*
- ○ pengali skalar 1/det

(b) Tuliskan invers matriks P yang benar:

$P^{-1} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$

(c) Tentukan apakah setiap pernyataan berikut Benar atau Salah:

Pernyataan	Benar	Salah
(1) Adjoin matriks [[*a*, *b*], [*c*, *d*]] dibentuk dengan menukar *a* dan *d*, serta mengubah tanda *b* dan *c*.	○	○
(2) Jika $\det(M) = 2$, maka setiap entri adj(*M*) harus dikalikan 2 (bukan ½) untuk memperoleh M^{-1}.	○	○
(3) Matriks [[2, 6], [1, 3]] memiliki invers karena tidak ada satu pun entrinya yang bernilai nol.	○	○

4.4 Tentukan invers dari D = [[5, 3], [2, 2]] dengan langkah berikut:

$\det(D) = \square$ $\quad \text{adj}(D) = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$

$D^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \text{adj}(D) = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$

LIVEWORKSHEETS

4.5 Isilah refleksi berikut dengan jujur:

Refleksi	Belum	Hampir	Paham
Saya dapat menemukan rumus invers dari hubungan $A \cdot A^{-1} = I$.	○	○	○
Saya dapat menjelaskan kondisi ketika suatu matriks tidak memiliki invers.	○	○	○
Saya dapat menghitung invers tanpa kesalahan pada posisi adjoin dan pengali 1/det.	○	○	○

Setelah seluruh soal selesai dikerjakan, tekan tombol **Finish** untuk melihat hasil.

LIVEWORKSHEETS