E-LKPD

Matriks Transformasi Geometri

Translasi - Refleksi - Rotasi - Dilatasi



XI SMA

NAMA :

KELAS :

LIVEWORKSHEETS

A. SELAMAT DATANG DI LAUTAN NUSANTARA



Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia, dengan lebih dari 17.000 pulau yang dihubungkan oleh laut. Sejak dahulu, laut menjadi jalur perdagangan, jalur pelayaran, dan sumber penghidupan masyarakat pesisir. Dari Selat Malaka yang menjadi salah satu jalur pelayaran tersibuk di dunia, hingga perairan timur Nusantara tempat kapal pinisi berlayar, laut adalah halaman depan bangsa kita.

Kehidupan maritim itu melibatkan banyak profesi dan benda budaya: nelayan yang melaut sebelum fajar, nakhoda yang membaca peta laut, petugas pelabuhan yang mengatur kapal bersandar, penjaga mercusuar yang menjaga lampu tetap menyala, serta awak kapal yang memantau layar radar. Semuanya bekerja dengan satu bahasa yang sama, yaitu posisi dan arah.

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

B. MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN MARITIM

Ternyata, laut dan matematika tidak dapat dipisahkan. Dalam kegiatan sehari-hari di pelabuhan dan di atas kapal, transformasi geometri hadir tanpa disadari. Komputer navigasi kapal, layar radar, dan peta digital menyimpan posisi kapal sebagai deretan angka berbentuk matriks, lalu menggeser, mencerminkan, memutar, dan membesarkan gambar dengan operasi matriks:

- **Pelayaran dan arus laut.** Arus dan angin menggeser kapal dari posisi semula. Perpindahan seluruh kapal sejauh dan searah yang sama adalah translasi.
- **Pelabuhan dan alur pelayaran.** Pos pantau dan pelampung sering dipasang berpasangan di kedua sisi alur. Letak yang simetris terhadap alur adalah refleksi.
- **Mercusuar dan radar.** Sorot lampu mercusuar dan sapuan radar berputar mengelilingi satu titik pusat. Itulah rotasi.
- **Peta laut dan zona perairan.** Peta laut memperkecil wilayah luas dengan skala tertentu, dan zona tangkap dapat diperluas dengan perbandingan yang sama ke segala arah. Itulah dilatasi.

Melalui E-LKPD ini, kamu akan menyatakan posisi kapal dan objek laut dalam bentuk matriks, lalu menghitung bayangannya dengan persamaan matriks transformasi untuk mengambil keputusan

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

C. KOMPETENSI DAN TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah menyelesaikan E-LKPD ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan konsep translasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks translasi untuk memindahkan posisi suatu titik atau bangun geometri dan menentukan hasil translasi menggunakan operasi matriks.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penerapan translasi berbasis matriks.
- Menjelaskan konsep refleksi sebagai pencerminan suatu objek menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks refleksi terhadap sumbu atau garis pencerminan tertentu dan menentukan bayangan titik atau bangun geometri hasil refleksi dengan operasi matriks.
- Menjelaskan konsep rotasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks rotasi dan menerapkan operasi matriks untuk memperoleh hasil rotasi suatu titik atau bangun geometri.
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks transformasi.
- Menjelaskan konsep dilatasi berdasarkan faktor skala dengan menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks dilatasi untuk memperbesar atau memperkecil suatu objek geometri.
- Menganalisis perubahan ukuran objek akibat transformasi dilatasi serta menerapkan operasi matriks dalam penyelesaian masalah dilatasi.
- Menjelaskan konsep komposisi beberapa transformasi geometri menggunakan matriks serta menentukan hasil gabungan transformasi melalui perkalian matriks transformasi.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri.
- Menjelaskan dan menentukan transformasi geometri menggunakan koordinat Kartesius.

BACK

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD



Matematika tidak hanya dipelajari melalui angka dan rumus, tetapi juga dapat ditemukan di pelabuhan, di atas kapal, dan di tepi pantai. Pada E-LKPD ini kamu akan belajar matriks transformasi geometri melalui empat aktivitas bertema maritim. Agar belajarmu lebih terarah, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah Pengerjaan

1. Membaca konteks maritim pada setiap aktivitas dengan seksama.
2. Menuliskan posisi awal setiap titik sebagai matriks pada bidang koordinat.
3. Memilih persamaan matriks transformasi yang sesuai dengan peristiwa di laut.
4. Menghitung matriks bayangan dengan operasi penjumlahan dan perkalian matriks, lalu menggambarkannya.
5. Menjelaskan makna jawaban yang diperoleh dan mengerjakan evaluasi formatif di akhir aktivitas.

Literasi



Numerasi



Maritim



Refleksi



BACK

NEXT

LIVEWORKSHEETS

MENGENAL KONSEP MATRIKS TRANSFORMASI

Sebelum berlayar ke setiap aktivitas, mari pahami dahulu cara menyatakan titik dan transformasi dalam bentuk matriks agar kamu lebih siap menyelesaikan persoalan maritim pada bagian berikutnya.



1. Transformasi Geometri dan Peta Koordinat Maritim

Transformasi geometri adalah perubahan letak, arah, atau ukuran suatu titik atau bangun menurut aturan tertentu. Titik atau bangun hasil perubahan disebut bayangan dan ditandai dengan aksen, misalnya A menjadi A'. Translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah bentuk maupun ukuran bangun (disebut transformasi isometri, bangun dan bayangannya kongruen), sedangkan dilatasi mengubah ukuran bangun dengan bentuk yang tetap sebangun.

Kesepakatan pada seluruh aktivitas

- Sumbu-x menunjukkan arah barat–timur: nilai positif ke timur, nilai negatif ke barat.
- Sumbu-y menunjukkan arah selatan–utara: nilai positif ke utara, nilai negatif ke selatan.
- Satuan jarak dinyatakan pada setiap soal (misalnya 1 satuan = 1 km atau 1 satuan = 1 mil laut). Satu mil laut sama dengan 1,852 km

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

MENGENAL KONSEP MATRIKS TRANSFORMASI

2. Titik sebagai Matriks

Titik P(x, y) ditulis sebagai matriks kolom $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.Beberapa titik sekaligus ditulis dalam satu matriks berukuran 2 × n, dengan setiap kolom mewakili satu titik. Contohnya, tiga kapal A(1, 1), B(4, 1), dan C(2, 4):

$$\begin{pmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_A & y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Operasi Matriks yang Diperlukan

Operasi	Contoh
Penjumlahan Matriks	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$
Perkalian skalar	$2\begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Perkalian matriks 2 x 2 dengan matriks kolom	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \times 3 + (-1) \times 1 \\ 1 \times 3 + 0 \times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

MENGENAL KONSEP MATRIKS TRANSFORMASI

4. Matriks Transformasi

Setiap transformasi memiliki persamaan matriks yang memetakan titik (x, y) ke bayangannya (x′, y′). Persamaan inilah yang akan kamu gunakan pada empat aktivitas berikut

Transformasi	Keterangan	Persamaan Matriks
Translasi	$T = \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap sumbu-x (Mx)	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap sumbu-y (My)	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis y=x	$(x, y) \rightarrow (y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis y=-x	$(x, y) \rightarrow (-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis x=h	$(x, y) \rightarrow (2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix}$
Refleksi terhadap garis y=k	$(x, y) \rightarrow (x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$
Refleksi pusat O(0,0), sudut θ	$R(0, \theta)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Refleksi pusat A(a,b), sudut θ	$R((a, b)), \theta)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
Dilatasi pusat O(0,0), faktor skala k	$D(0, k)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Dilatasi pusat A(a,b), faktor skala k	$D((a, b), k)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

MENGENAL KONSEP MATRIKS TRANSFORMASI

5. Nilai Matriks Rotas yang Sering Dipakai

Sudut θ	Matriks rotasi	Bayangan (x,y)
$90°$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$(-y, x)$
$-90° \, (atau 270°)$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$(y, -x)$
$180°$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$(-x, -y)$

Perhatikan

Arah rotasi: sudut positif berarti berputar berlawanan arah jarum jam, sedangkan sudut negatif berarti searah jarum jam. Padahal, dalam navigasi, arah haluan kapal diukur searah jarum jam dari arah utara. Selalu periksa arah putaran pada soal.

Dilatasi: jika $|k| > 1$ bangun diperbesar, jika $0 < |k| < 1$ bangun diperkecil, dan jika k negatif bayangan berada di seberang pusat. Panjang berubah $|k|$ kali dan luas berubah k^2 kali.

Komposisi transformasi: notasi $T_2 \circ T_1$ berarti T_1 dikerjakan lebih dahulu, kemudian T_2. Untuk dua translasi $T_1 = (a, b)$ dan $T_2 = (c, d)$, diperoleh $T_2 \circ T_1 = (a + c, b + d)$.

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

REFLEKSI

Setelah menyelesaikan keempat aktivitas matriks transformasi geometri berbasis maritim, isilah tabel refleksi berikut dengan jujur



Refleksi Kemampuan

Indikator	Sudah Mampu	Belum Mampu
Menyatakan titik dan bangun dalam bentuk matriks	☐	☐
Menentukan bayangan hasil translasi dengan	☐	☐
Menentukan bayangan hasil refleksi dengan	☐	☐
Menentukan bayangan hasil rotasi (pusat O dan	☐	☐
Menentukan bayangan hasil dilatasi serta	☐	☐
Menghubungkan matriks transformasi dengan kehidupan	☐	☐

BACK
NEXT
LIVEWORKSHEETS

REFLEKSI

Refleksi Diri

1. Hal baru yang saya pahami setelah belajar matriks transformasi geometri:

2. Dari keempat transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dilatasi), yang menurut saya paling mudah adalah ... karena ...

BACK NEXT

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI SUMATIF

Kerjakan soal-soal berikut untuk mengukur pemahamanmu secara menyeluruh terhadap matriks transformasi geometri. Gunakan persamaan matriks dan gambar bidang koordinat jika diperlukan. Tuliskan langkah pengerjaanmu secara runtut.

Soal 1 – Kapal Feri Antarpulau

Kapal feri K berada di K(3, -2) pada peta (1 satuan = 1 km). Arus laut menggesernya dengan translasi T = (-5, 4). Posisi kapal kemudian dicatat pada peta pelabuhan kembar, yaitu cerminan peta utama terhadap sumbu-y. Tentukan:

- posisi akhir kapal pada peta pelabuhan kembar;
- apakah hasilnya sama jika urutannya dibalik (refleksi terlebih dahulu, kemudian translasi)? Jelaskan.

Diketahui:

Ditanya:

Penyelesaian:

BACK NEXT
LIVEWORKSHEETS

EVALUASI SUMATIF

Soal 2 – Layar Radar Kapal Kargo

Sebuah kapal kargo terdeteksi di R(-2, 6) pada layar radar dengan pusat O. Layar diputar 270° berlawanan arah jarum jam dengan pusat O, kemudian skala layar diperkecil dengan dilatasi pusat O dan faktor skala ½. Tentukan posisi kapal tersebut pada layar setelah kedua perubahan itu, lalu tentukan satu matriks tunggal yang mewakili gabungan kedua transformasi tersebut

Diketahui:

Ditanya:

Penyelesaian:

BACK HOME
LIVEWORKSHEETS