E-LKPD

Matriks Transformasi Geometri

Translasi - Refleksi - Rotasi - Dilatasi



XI SMA

NAMA :

KELAS :

NEXT →

LIVEWORKSHEETS

A. SELAMAT DATANG DI LAUTAN NUSANTARA



Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia, dengan lebih dari 17.000 pulau yang dihubungkan oleh laut. Sejak dahulu, laut menjadi jalur perdagangan, jalur pelayaran, dan sumber penghidupan masyarakat pesisir. Dari Selat Malaka yang menjadi salah satu jalur pelayaran tersibuk di dunia, hingga perairan timur Nusantara tempat kapal pinisi berlayar, laut adalah halaman depan bangsa kita.

Kehidupan maritim itu melibatkan banyak profesi dan benda budaya: nelayan yang melaut sebelum fajar, nakhoda yang membaca peta laut, petugas pelabuhan yang mengatur kapal bersandar, penjaga mercusuar yang menjaga lampu tetap menyala, serta awak kapal yang memantau layar radar. Semuanya bekerja dengan satu bahasa yang sama, yaitu posisi dan arah.

LIVEWORKSHEETS

B. MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN MARITIM

Ternyata, laut dan matematika tidak dapat dipisahkan. Dalam kegiatan sehari-hari di pelabuhan dan di atas kapal, transformasi geometri hadir tanpa disadari. Komputer navigasi kapal, layar radar, dan peta digital menyimpan posisi kapal sebagai deretan angka berbentuk matriks, lalu menggeser, mencerminkan, memutar, dan membesarkan gambar dengan operasi matriks:

- **Pelayaran dan arus laut.** Arus dan angin menggeser kapal dari posisi semula. Perpindahan seluruh kapal sejauh dan searah yang sama adalah translasi.
- **Pelabuhan dan alur pelayaran.** Pos pantau dan pelampung sering dipasang berpasangan di kedua sisi alur. Letak yang simetris terhadap alur adalah refleksi.
- **Mercusuar dan radar.** Sorot lampu mercusuar dan sapuan radar berputar mengelilingi satu titik pusat. Itulah rotasi.
- **Peta laut dan zona perairan.** Peta laut memperkecil wilayah luas dengan skala tertentu, dan zona tangkap dapat diperluas dengan perbandingan yang sama ke segala arah. Itulah dilatasi.

Melalui E-LKPD ini, kamu akan menyatakan posisi kapal dan objek laut dalam bentuk matriks, lalu menghitung bayangannya dengan persamaan matriks transformasi untuk mengambil keputusan

LIVEWORKSHEETS

C. KOMPETENSI DAN TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah menyelesaikan E-LKPD ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan konsep translasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks translasi untuk memindahkan posisi suatu titik atau bangun geometri dan menentukan hasil translasi menggunakan operasi matriks.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penerapan translasi berbasis matriks.
- Menjelaskan konsep refleksi sebagai pencerminan suatu objek menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks refleksi terhadap sumbu atau garis pencerminan tertentu dan menentukan bayangan titik atau bangun geometri hasil refleksi dengan operasi matriks.
- Menjelaskan konsep rotasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks rotasi dan menerapkan operasi matriks untuk memperoleh hasil rotasi suatu titik atau bangun geometri.
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks transformasi.
- Menjelaskan konsep dilatasi berdasarkan faktor skala dengan menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks dilatasi untuk memperbesar atau memperkecil suatu objek geometri.
- Menganalisis perubahan ukuran objek akibat transformasi dilatasi serta menerapkan operasi matriks dalam penyelesaian masalah dilatasi.
- Menjelaskan konsep komposisi beberapa transformasi geometri menggunakan matriks serta menentukan hasil gabungan transformasi melalui perkalian matriks transformasi.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri.
- Menjelaskan dan menentukan transformasi geometri menggunakan koordinat Kartesius.

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD



Matematika tidak hanya dipelajari melalui angka dan rumus, tetapi juga dapat ditemukan di pelabuhan, di atas kapal, dan di tepi pantai. Pada E-LKPD ini kamu akan belajar matriks transformasi geometri melalui empat aktivitas bertema maritim. Agar belajarmu lebih terarah, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah Pengerjaan

1. Membaca konteks maritim pada setiap aktivitas dengan seksama.
2. Menuliskan posisi awal setiap titik sebagai matriks pada bidang koordinat.
3. Memilih persamaan matriks transformasi yang sesuai dengan peristiwa di laut.
4. Menghitung matriks bayangan dengan operasi penjumlahan dan perkalian matriks, lalu menggambarkannya.
5. Menjelaskan makna jawaban yang diperoleh dan mengerjakan evaluasi formatif di akhir aktivitas.

Literasi



Numerasi



Maritim



Refleksi



LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)



Konteks Maritim: Arus Laut dan Kapal Nelayan

Kapal yang berlayar tidak selalu bergerak lurus menuju tujuan. Arus laut dan angin dapat menggeser seluruh kapal ke arah tertentu. Bagi seorang nakhoda, pergeseran ini harus dihitung agar kapal tidak keluar dari jalur yang aman. Pergeseran semacam ini dinyatakan dengan vektor translasi, dan komputer navigasi menghitungnya dengan penjumlahan matriks.

Tiga kapal nelayan berlayar membentuk formasi segitiga ABC. Pada peta, titik acuan pelabuhan adalah O(0, 0) dan 1 satuan = 1 km. Posisi ketiga kapal adalah A(1, 1), B(4, 1), dan C(2, 4). Tiba-tiba arus laut menggeser seluruh formasi sejauh 3 km ke timur dan 2 km ke utara.

Ayo Mengamati

Informasi	Kapal A	Kapal B	Kapal C
Posisi Awal	...	...	...
Pergeseran ke timur (h)	...	...	...
Pergeseran ke timur (k)	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)

Membuat Model Matriks

Pergeseran ke timur dan ke utara bernilai positif, sehingga vektor translasinya $T = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Persamaan matriks translasi:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ini sama dengan persamaan aljabar x′ = x + 3 dan y′ = y + 2.

Penyelesaian

Langkah 1

Tuliskan posisi ketiga kapal sebagai matriks 2 × 3 (setiap kolom satu kapal), dan matriks translasi untuk tiga kolom.

Langkah 2

Jumlahkan kedua matriks:

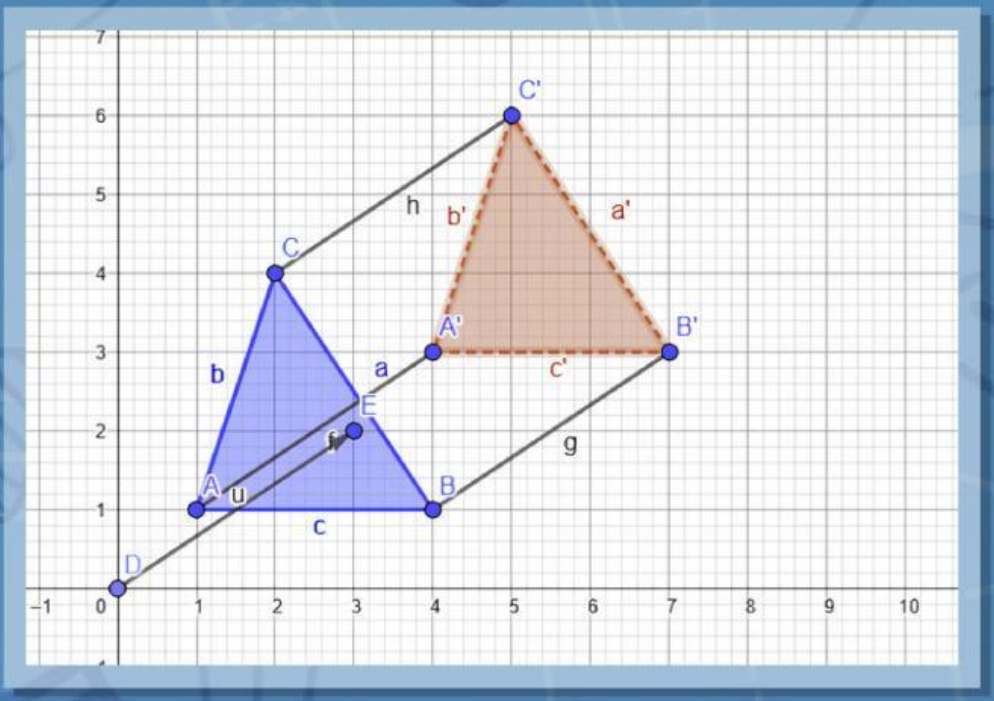
$$\begin{pmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)

Langkah 3

Gambarkan ABC dan A′B′C′ pada bidang koordinat, lalu hubungkan setiap titik dengan bayangannya.



Kesimpulan

Setelah terbawa arus, kapal berada di A′(4, 3), B′(7, 3), dan C′(5, 6). Panjang AB = 3 km dan A′B′ = 3 km, sehingga bentuk dan ukuran formasi tidak berubah.

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)

Ayo Mencoba 1: Dua Arus Berurutan

Pada pagi hari formasi ABC (posisi awal seperti di atas) terbawa arus $T_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Sore harinya, angin menggeser formasi dengan $T_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Komposisi kedua translasi ditulis $T_2 \circ T_1 = (a + c, b + d)$. Lengkapi tabel berikut:

Tahap	A	B	C
Setelah T_1(A′,B′,C′)			
Setelah T_2 dari hasil T_1 (A″, B″, C″)			
Dengan $T_2 \circ T_1$ langsung = (…, …)			

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)

Ayo Mencoba 2: Bayangan Garis

Jalur pelayaran sebuah kapal dimodelkan dengan garis y = 3x - 1. Jalur itu digeser arus dengan $T = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Tentukan persamaan bayangan jalur tersebut.

(Petunjuk: dari $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ nyatakan x dan y dalam x′ dan y′, lalu substitusikan ke persamaan garis.)

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 1 – TRANSLASI (PERGESERAN)

Ayo Berpikir

1. Bandingkan panjang AB dengan A′B′ dan panjang BC dengan B′C′. Apa yang kamu temukan?

2. Agar formasi kembali ke posisi semula, translasi apa yang harus dilakukan nakhoda? Tuliskan dalam bentuk matriks kolom.

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 1

Pelampung Penanda Alur Pelayaran



Pelampung (buoy) dipasang di laut untuk menandai alur aman menuju pelabuhan. Pelampung tidak boleh bergeser jauh dari tempatnya, tetapi saat badai arus yang kuat dapat menyeretnya.

Pada peta pelabuhan (1 satuan = 1 km), tiga pelampung penanda berada di P(-4, 2), Q(-1, 2), dan R(-3, 5). Setelah badai, petugas mendapati ketiganya terseret arus sejauh 6 km ke timur dan 4 km ke selatan. Bantulah petugas menentukan letak ketiga pelampung sekarang!

Ayo Mengamati

Informasi	Pelampung P	Pelampung Q	Pelampung R
Posisi Awal (x, y)			
Pergeseran ke timur/barat			
Pergeseran ke utara/selatan			

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 1

Membuat Model Matriks

Vektor translasi arus: $T = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1

Tuliskan posisi awal ketiga pelampung dan hitung matriks bayangannya:

$$\begin{pmatrix} x'_P & x'_Q & x'_R \\ y'_P & y'_Q & y'_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 1

Langkah 2

Gambarkan bayangan P'Q'R' pada bidang koordinat di bawah ini, lalu hubungkan setiap titik dengan bayangannya.

Kesimpulan

Setelah terseret arus, pelampung P berada di (……, ……),
Q di (……, ……), dan R di (……, ……).



LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 1

Ayo Berpikir

1. Hitunglah panjang PQ dan P′Q′. Apakah sama? Apa artinya bagi bentuk formasi pelampung?

2. Sebuah kapal tongkang K setelah digeser arus T = (-2, 3) berada di K′(5, -1). Tentukan posisi semula kapal K. Tuliskan langkahmu dalam bentuk matriks.

LIVEWORKSHEETS