

MATEMATIKA
LKPD

FUNGSI KOMPOSISI

Nama lengkap:

.....

Kelas:

.....

Kelas

XI

SMA



Capaian Pembelajaran

Di akhir fase E, Peserta didik dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (Linear, Kuadrat, eksponensial)

Tujuan Pembelajaran

11.5 Menganalisis Sifat-sifat fungsi komposisi secara terbatas dalam bentuk soal kontekstual
11.6 Membuat model matematika berkaitan dengan komposisi fungsi dalam kehidupan sehari-hari dalam menyelesaikan secara logis

Pertanyaan Pematik

Pada pembuatan Kain Besurek, kain dasar diberi motif terlebih dahulu, kemudian diwarnai. Jika urutan kedua proses tersebut dibalik, apakah hasil akhirnya akan sama? Bagaimana kita dapat menentukan dan membuktikannya menggunakan komposisi fungsi?

Petunjuk Penggunaan

- Bacalah setiap cerita dengan teliti.
- Perhatikan urutan proses dalam setiap masalah.
- Ingat bahwa hasil dari proses pertama menjadi masukan bagi proses kedua.
- Diskusikan setiap langkah bersama anggota kelompok.
- Tuliskan alasan, bukan hanya jawaban akhir.
- Jika mengalami kesulitan, gunakan Kartu Bantuan yang diberikan guru.
- Setiap anggota kelompok harus memahami penyelesaian karena siapa pun dapat diminta menjelaskan.
- Gunakan bahasa sehari-hari terlebih dahulu jika lebih mudah, kemudian tuliskan dalam bahasa matematika.
- Lakukan self-check sebelum mengumpulkan LKPD.
- Hargai perbedaan cara berpikir, bahasa, logat, dan pendapat teman.



Masalah 1

Orientasi Masalah (± 10 menit)



Kain Besurek merupakan kain batik khas Bengkulu yang terkenal dengan motif kaligrafi dan bunga Rafflesia. Sebuah rumah produksi Kain Besurek di Bengkulu menghitung total biaya pembuatan kain berdasarkan jumlah kain dasar (x lembar) melalui dua tahap utama:

- Tahap I (Pemberian Motif): Setiap lembar kain dasar membutuhkan bahan lilin/malam dan jasa menggambar sebesar Rp60.000,00 per lembar. Selain itu, ada biaya operasional tetap cetak motif sebesar Rp150.000,00 untuk sekali proses produksi.
- Tahap II (Pewarnaan & Finishing): Setelah motif selesai, kain diwarnai dan dibilas (nglorot). Biaya tahap ini dihitung dari total biaya Tahap I ditambah biaya bahan pewarna alami sebesar Rp200.000,00.

(Petunjuk: Bentuk fungsi linear dinyatakan dengan $f(x) = ax + b$).

Pertanyaan:

1. Tentukan rumus fungsi $f(x)$ yang menyatakan biaya kain setelah diberi motif!
2. Tentukan rumus fungsi $g(x)$ yang menyatakan biaya kain setelah proses pewarnaan!
3. Tentukan bentuk fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$!
4. Tentukan total biaya yang dikeluarkan untuk pembuatan 10 lembar kain!



Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

1. Temukan informasi dari masalah.

Biaya Produksi Kain Besurek

Dalam proses pembuatan Kain Besurek di Bengkulu, biaya produksi dihitung melalui dua tahap berurutan: pemberian motif dan pewarnaan.

Misalkan:

- x = banyak kain dasar (lembar)
- $f(x)$ = biaya produksi setelah tahap pemberian motif (dalam rupiah)
- $g(x)$ = total biaya produksi setelah tahap pewarnaan (dalam rupiah)

Sebuah rumah produksi menetapkan bahwa setiap lembar kain membutuhkan biaya motif Rp60.000,00 dengan biaya operasional tetap Rp150.000,00, serta biaya tambahan pewarnaan sebesar Rp200.000,00 dari total biaya tahap pertama.

Jika pengrajin akan membuat 10 lembar kain dasar, tentukan total biaya produksi setelah melalui kedua proses tersebut.

Informasi	Hasil Temuan
Banyak Kain Dasar (x)	
Biaya variabel Tahap I (per lembar)	60.000
Biaya tetap Tahap I	
Yang Ditanya	



Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

2. Pemodelan rumus fungsi $F(x)$ dan $g(x)$

Berdasarkan informasi yang telah kalian temukan, tentukan rumus matematika untuk masing-masing tahap:

Fungsi Tahap I:

Setiap lembar membutuhkan biaya Rp60.000,00 dan terdapat biaya tetap Rp150.000,00. (Gunakan bentuk $f(x) = ax + b$)

Rumus fungsi $f(x)$: $f(x) = \dots\dots\dots x + 150.000$

Fungsi Tahap II:

Biaya pewarnaan menambahkan Rp200.000,00 dari total biaya tahap pertama (x).

Rumus fungsi $g(x)$: $g(x) = x + \dots\dots\dots$

3. Perhatikan Urutan Proses Perhitungan Biaya

Perhatikan Urutan Proses Perhitungan Biaya

Lengkapi alur proses perhitungan biaya berikut.

masukkan x ke biaya Tahap I $f(x) = \dots\dots\dots x + 150.000$, kemudian

masukkan biaya tahap I ke biaya Tahap II: $g(x) = x + \dots\dots\dots$

Menurut analisismu, fungsi mana yang harus dihitung terlebih dahulu? Mengapa?

Jawab:

Fungsi $\dots\dots\dots$ harus dihitung terlebih dahulu karena biaya pada tahap pewarnaan fungsi $\dots\dots\dots$ dihitung dari total biaya yang sudah dikeluarkan pada tahap pemberian motif.

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

4. Tentukan Komposisi Fungsi

Karena biaya Tahap I (f) dihitung terlebih dahulu, kemudian dilanjutkan dengan perhitungan biaya Tahap II (g), maka fungsi komposisinya adalah:

$$(g \circ f) = g(f(x))$$

Lengkapi langkah-langkah menentukan rumus fungsi komposisinya

$$(g \circ f) = g(f(x))$$

$$= g(\dots\dots\dots x + \dots\dots\dots)$$

$$= (\dots\dots\dots x + 150.000) + \dots\dots\dots$$

$$(g \circ f)(x) = 60.000x + \dots\dots\dots$$

5. Tentukan Total Pengeluaran untuk 10 Lembar

Substitusikan nilai $x = 10$ ke dalam rumus fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$ yang telah kalian temukan:

$$(g \circ f)(x) = \dots\dots\dots x + \dots\dots\dots$$

$$(g \circ f)(10) = 60.000 (\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

6. Interpretasikan Hasilnya

Jadi, total biaya produksi yang harus dikeluarkan oleh rumah produksi untuk membuat 10 lembar Kain Besurek dari tahap pemberian motif hingga pewarnaan adalah sebesar Rp $\dots\dots\dots$

Masalah 2

Orientasi Masalah (10 menit)



Pendap

Pendap merupakan salah satu makanan khas Bengkulu yang dalam proses penyajiannya memerlukan beberapa tahapan. Dalam sebuah kegiatan bazar budaya, panitia menyiapkan paket bahan pendap.



Tahap 1: Menyiapkan Bahan

Banyak paket bahan awal dinyatakan dengan fungsi:

$$f(x) = x + 8$$

(dimana x adalah banyak paket bahan awal, dan 8 adalah tambahan paket bumbu dasar).



Tahap 2: Mengemas Bahan

Bahan yang telah disiapkan kemudian dikemas, dengan fungsi:

$$g(x) = 3x$$

(setiap paket adonan dijadikan 3 bungkus pendap siap jual).



Dengan x menyatakan banyak paket bahan awal. Panitia memiliki 15 paket bahan awal.

Pendap merupakan salah satu makanan khas Bengkulu yang dalam proses penyajiannya memerlukan beberapa tahapan. Dalam sebuah kegiatan bazar budaya, panitia menyiapkan paket bahan pendap.

- Tahap pertama adalah menyiapkan bahan, yang dinyatakan dengan fungsi $f(x) = x + 8$ (dimana x adalah banyak paket bahan awal, dan 8 adalah tambahan paket bumbu dasar).
- Tahap kedua adalah mengemas bahan yang telah disiapkan, yang dinyatakan dengan fungsi $g(x) = 3x$ (setiap paket adonan dijadikan 3 bungkus pendap siap jual).

Dengan x menyatakan banyak paket bahan awal.

Panitia memiliki 15 paket bahan awal.

Pertanyaan:

1. Tentukan bentuk $(g \circ f)(x)$ dan hitung nilai $(g \circ f)(15)$!
2. Tentukan bentuk $(f \circ g)(x)$ dan hitung nilai $(f \circ g)(15)$!
3. Bandingkan hasil keduanya. Apakah hasilnya sama?
4. Apa yang dapat kalian simpulkan tentang urutan dalam komposisi fungsi?



Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

1. Temukan informasi dari masalah.

Dalam menyiapkan pendap, bahan-bahan terlebih dahulu disiapkan. Setelah bahan siap, bahan tersebut kemudian dikemas menjadi paket.

Misalkan:

x = banyak paket bahan yang tersedia.

$f(x) = x + 8$ menyatakan banyak bahan setelah proses persiapan.

$g(x) = 3x$ menyatakan banyak bungkus pendap setelah proses pengemasan.

Jika tersedia 15 paket bahan, tentukan hasil jika proses dilakukan dengan urutan persiapan kemudian pengemasan, dan bandingkan dengan urutan sebaliknya.

Pertanyaan	Jawaban
Apa yang menjadi input?	Banyak paket bahan awal yang tersedia(....) paket
Apa proses pertama dalam konteks pendap?	Persiapan bahan (ditambah paket bahan)
Apa fungsi proses pertama?	$f(x) = x + \dots$
Apa proses kedua?	Pengemasan bahan (dikemas menjadi bungkus/paket)
Apa fungsi kedua?	$g(x) = \dots x$
Berapa banyak paket bahan?	 paket bahan ($x = 15$)
Apa yang harus dibandingkan	Hasil dari urutan $(g \circ f)(\dots)$ dan urutan sebaliknya $(f \circ g)(15)$



Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

2. Susun Keduas Kemungkinan Urutan Proses

Berdasarkan informasi yang telah kalian temukan pada tabel di atas, susunlah dua kemungkinan urutan proses pembuatan pendap tersebut:

Urutan pertama: Persiapan $\rightarrow$ Pengemasan

x paket bahan $\rightarrow$ proses $f \rightarrow (x + \dots)$ $\rightarrow$ proses $g \rightarrow 3(x + \dots)$

Urutan kedua: Pengemasan $\rightarrow$ Persiapan

x paket bahan $\rightarrow$ proses $g \rightarrow 3x \rightarrow$ proses $f \rightarrow (\dots x + \dots)$

3. Tentukan Komposisi Fungsi untuk Urutan Pertama ($g \circ f$)

Berdasarkan urutan pertama yang telah kalian susun, karena proses persiapan (f) dilakukan terlebih dahulu kemudian dilanjutkan dengan pengemasan (g), maka fungsi komposisinya adalah:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(x + \dots)$$

$$= 3(x + \dots)$$

$$= \dots x + \dots$$

Kemudian tentukan hasilnya untuk 15 paket bahan:

$$(g \circ f)(15) = 3(\dots) + \dots$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

4. Tentukan Komposisi Fungsi untuk Urutan Pertama ($f \circ g$)

Berdasarkan urutan kedua, karena proses pengemasan (g) dilakukan terlebih dahulu kemudian dilanjutkan dengan persiapan (f), maka fungsi komposisinya adalah:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = f(3x)$$

$$= 3x + \dots$$

Kemudian tentukan hasilnya untuk 15 paket bahan:

$$(f \circ g)(15) = 3(\dots) + \dots$$

$$= \dots + \dots = \dots$$

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (± 25 menit)

5. Bandingkan Kedua hasil

- $(g \circ f)(15) = \dots\dots\dots$
- $(f \circ g)(15) = \dots\dots\dots$

Setelah kamu membandingkan isi pertanyaan berikut ini:

- Apakah Kedua hasil tersebut sama?

.....

- Menurut kamu, apakah urutan proses mempengaruhi hasil? Jelaskan!

.....

.....

6. Interpretasikan Hasilnya

Berdasarkan perhitungan di atas, kita dapat menyimpulkan bahwa:

$$(g \circ f)(x) \dots\dots (f \circ g)(x)$$

(Isilah dengan tanda $(=)$ atau $(\neq)$)

Artinya, Fungsi komposisi bersifat(komutatif/tidak komutatif). Urutan proses dalam fungsi sangat mempengaruhi akhir.

Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya (± 12 menit)

Setelah kamu menyelesaikan penyelidikan pada Masalah 1 (Kain Besurek) dan Masalah 2 (Pendap) secara mandiri, sekarang saatnya kamu menyusun hasil pemecahan masalahmu.

Tugasmu:

Tuliskan kesimpulan dari hasil penyelidikanmu (perbedaan antara $g \circ f$ dan $f \circ g$ serta contoh perhitungannya) dalam bentuk paragraf di kertas folio. Kumpulkan hasilnya kepada guru.

Pengecekan Mandiri (Self-Check) sebelum dikumpulkan

Centang ($\checkmark$) jika kamu sudah melakukannya.

- ☐ Aku sudah menuliskan nama dan kelas di LKPD.
- ☐ Aku sudah menjelaskan aturan fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$.
- ☐ Aku sudah menunjukkan alasan mengapa urutan proses berpengaruh pada hasil akhir.
- ☐ Aku sudah menuliskan kesimpulan dari hasil penyelidikanku



Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah (± 12 menit)

Setelah kamu menyelesaikan seluruh penyelidikan (Masalah 1 dan Masalah 2) serta membuat hasil karyamu secara mandiri, sekarang saatnya kamu merefleksikan dan menarik kesimpulan dari apa yang telah kamu pelajari.

A. Evaluasi Hasil Penyelidikanmu

Jawablah pertanyaan berikut berdasarkan hasil perhitunganmu sendiri:

1. Berdasarkan Masalah 1 (Kain Besurek), tuliskan aturan umum fungsi komposisi yang kamu temukan!

.....
.....

2. Berdasarkan Masalah 2 (Pendap), apakah $(g \circ f)(x)$ selalu sama dengan $(f \circ g)(x)$? Jelaskan alasanmu!

.....
.....

B. Kesimpulan Akhir

Lengkapi kalimat kesimpulan berikut dengan bahasamu sendiri:

- Fungsi komposisi adalah

.....
.....

- Urutan fungsi sangat penting karena

.....
.....

C. Refleksi Diri (Self-Reflection)

Bagian ini untuk mengukur sejauh mana pemahamanmu. Jawablah dengan jujur.

1. Bagian mana dari LKPD ini yang menurutmu paling mudah dipahami? Mengapa?

.....
.....

2. Bagian mana yang menurutmu paling sulit atau membingungkan? Mengapa?

.....
.....

3. Setelah mempelajari Fungsi Komposisi melalui cerita budaya Bengkulu ini, apa hal baru yang kamu dapatkan (baik tentang matematika maupun tentang budayamu)?

.....
.....



ASESMEN FORMATIF

1. Sanggar Besurek di Kota Bengkulu membuat selendang Kain Besurek bermotif bunga Rafflesia melalui dua proses berurutan.

Proses 1 (pemberian motif): setiap lembar kain dasar dibuat menjadi 2 selendang bermotif, ditambah 3 selendang bermotif dari stok sanggar. Banyak selendang bermotif merupakan fungsi f dari banyak kain dasar x .

Proses 2 (pewarnaan): setiap selendang bermotif membutuhkan 4 sendok pewarna alami, ditambah 6 sendok untuk perendaman awal. Banyak sendok pewarna merupakan fungsi g dari banyak selendang bermotif y .

- Tuliskan aturan fungsi $f(x)$ dan $g(y)$!
- Tentukan aturan fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$!
- Berapa sendok pewarna yang dibutuhkan jika sanggar memakai 15 lembar kain dasar?
- Jelaskan dengan kata-katamu sendiri apa arti $(g \circ f)(x)$ pada pembuatan Kain Besurek tersebut!

2. Ibu Rina membuat pendap, makanan khas Bengkulu yang dibungkus daun talas. Pekerjaannya terdiri atas dua proses:

Proses 1 (menyiapkan adonan): $f(x) = 4x + 2$, dengan x banyak paket bahan dan $f(x)$ banyak adonan.

Proses 2 (mengemas): $g(y) = 2y + 3$, dengan y banyak adonan dan $g(y)$ banyak bungkus pendap (setiap adonan menjadi 2 bungkus, ditambah 3 bungkus contoh untuk pembeli).

- Tentukan aturan $(g \circ f)(x)$!
- Tentukan aturan $(f \circ g)(x)$!
- Jika Ibu Rina memakai 12 paket bahan, hitunglah $(g \circ f)(12)$ dan $(f \circ g)(12)$!
- Apakah $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$? Urutan manakah yang sesuai dengan urutan kerja Ibu Rina? Jelaskan alasanmu!