



E-LKPD

Pertidaksamaan Irasional

Matematika Kelas X SMA/MA

$$\sqrt{x+3} > 2$$



< > < >



Nama Murid:



Kelas:

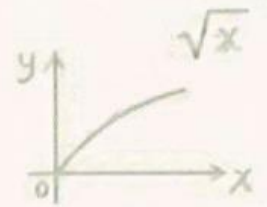


Kelompok:



Penyusun:

IDENTITAS DAN PETUNJUK



Matematika Kelas X SMA/MA



Materi: Pertidaksamaan Irasional



Indikator: Murid mampu menyelesaikan pertidaksamaan irasional.



Tujuan Pembelajaran:

Murid mampu mengenali bentuk pertidaksamaan irasional, menentukan prasyarat, menyelesaikan pertidaksamaan secara sistematis, menuliskan himpunan penyelesaian, dan memeriksa kembali hasilnya.

Urutan Model RADEC

1



READ

- membaca dan memahami materi

2



ANSWER

- menjawab pertanyaan secara mandiri

3



DISCUSS

- mendiskusikan jawaban bersama kelompok

4



EXPLAIN

- menjelaskan hasil pemikiran

5



CREATE

- menciptakan atau menerapkan gagasan

Latihan Metakognitif



Planning = perencanaan langkah penyelesaian sebelum bekerja.



Monitoring = pemantauan pemahaman, strategi, dan ketepatan langkah saat bekerja.



Evaluating = evaluasi hasil dan proses setelah selesai.

$$\sqrt{a}$$
$$a \geq 0$$

READ: PENGERTIAN DAN NOTASI



Pertidaksamaan irasional adalah pertidaksamaan yang variabelnya, biasanya x , berada di dalam tanda akar.

Perbedaannya dengan persamaan irasional terletak pada tandanya: pertidaksamaan menggunakan $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$, bukan tanda $=$.



Bentuk umum

- $\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$
- $\sqrt{f(x)} < c$

$f(x)$ dan $g(x)$ adalah bentuk aljabar, c adalah bilangan, dan tanda $<$ dapat diganti dengan $>$, $\leq$, atau $\geq$.



Penyelesaian adalah nilai x yang membuat pertidaksamaan menjadi pernyataan benar. Himpunan penyelesaian adalah kumpulan semua penyelesaian, biasanya berupa selang atau gabungan selang.



Termasuk pertidaksamaan irasional

- $\sqrt{x-3} < \sqrt{5-x}$
- $\sqrt{x^2-7} < 3$



Bukan pertidaksamaan irasional

- $2x - 11 > 5$
- $1 + x\sqrt{3} < \sqrt{2}$



Kedua contoh tersebut bukan pertidaksamaan irasional karena variabel x tidak berada di dalam tanda akar. $\sqrt{2}$ dan $\sqrt{3}$ hanyalah bilangan konstan.



Kunci: variabel harus berada di dalam tanda akar.



READ: BEKAL KONSEP

Konsep	Penjelasan	Contoh
 Hasil akar tidak negatif	$\sqrt{a} \geq 0$ untuk $a \geq 0$.	$\sqrt{9} = 3$
 Isi akar berindeks genap tidak negatif	Isi akar harus ≥ 0 agar hasilnya bilangan real.	$\sqrt{x-3} \rightarrow x \geq 3$
 Akar dan nilai mutlak	$\sqrt{x^2} = x $, bukan selalu x .	$\sqrt{(-5)^2} = 5$
 Kuadrat dan urutan	Jika kedua ruas tidak negatif, pengkuadratan mempertahankan arah tanda.	$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ bila $a, b \geq 0$



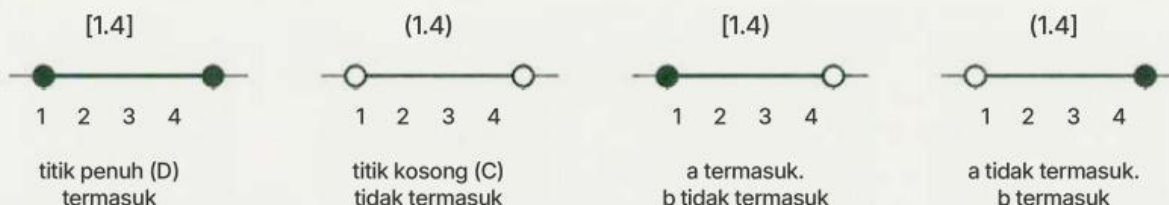
Sifat operasi pertidaksamaan

- Menambah atau mengurangi bilangan yang sama tidak mengubah arah tanda.
- Mengalikan atau membagi dengan bilangan positif tidak mengubah arah tanda.
- Mengalikan atau membagi dengan bilangan negatif membalik arah tanda.



Notasi interval

- $[a,b]$: berarti a dan b termasuk
 (a,b) : berarti keduanya tidak termasuk
 $[a,b)$: berarti a termasuk dan b tidak
 $(a,b]$: berarti a tidak termasuk dan b termasuk
 $A \cup B$: berarti gabungan dua interval



● memakai kurung siku ()

○ memakai kurung biasa ()

READ: EMPAT LANGKAH MENYELESAIKAN PERTIDAKSAMAAN IRASIONAL



Potensi Kekeliruan

Mengkuadratkan kedua ruas hanya aman jika kedua ruas **tidak negatif**.

$$-3 < 2, \text{ tetapi } (-3)^2 > 2^2 \text{ karena } 9 > 4.$$

Jika salah satu ruas bisa negatif, arah tanda dapat berubah dan hasilnya menyesatkan. **Prasyarat** harus ditentukan lebih dahulu.

1

$\sqrt{x}$

Langkah 1 – Tentukan prasyarat:

pastikan isi setiap akar ≥ 0 dan, bila ada, ruas pembanding juga memenuhi kondisi yang diperlukan.

2

$()^2$

Langkah 2 – Kuadratkan dengan kondisi yang tepat:

lakukan hanya ketika kedua ruas tidak negatif sehingga arah tanda tidak berubah.

3

$x^2 + ax + b < 0$

Langkah 3 – Selesaikan pertidaksamaan aljabar:

selesaikan bentuk linear atau kuadrat yang diperoleh.

4

Langkah 4 – Irisan dan verifikasi:

iriskan hasil dengan prasyarat, lalu uji satu atau dua nilai pada pertidaksamaan semula.

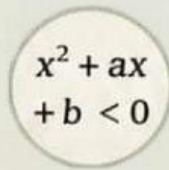
Rangkuman alur



Prasyarat



Kuadratkan



Selesaikan



Irisan & Verifikasi

READ: CONTOH SOAL 1

Soal

$$\sqrt{2x + 1} < 3$$

1

Langkah 1 – Prasyarat:

$$2x + 1 \geq 0$$

$$2x \geq -1$$

$$x \geq -1/2$$



Alasan:
Akar terdefinisi

2

Langkah 2 – Kuadratkan:

$$(\sqrt{2x + 1})^2 < 3^2$$

$$2x + 1 < 9.$$



Alasan:
Kedua ruas tidak negatif

3

Langkah 3 – Selesaikan:

$$2x < 9 - 1$$

$$2x < 8$$

$$x < 4$$



Alasan:
Pertidaksamaan aljabar

4

Langkah 4 – Irisan & verifikasi:

Gabungkan kedua syarat
yang diperoleh:

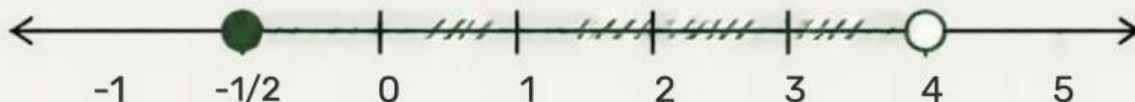
$$x \geq -1/2 \text{ dan } x < 4$$



Alasan:
Irisan dan pengecekan

Kesimpulan

$$\text{Himpunan penyelesaian (HP)} = [-1/2, 4]$$



READ: CONTOH SOAL 2 DAN 3

CONTOH 2

Selesaikan pertidaksamaan berikut.

$$\sqrt{x-3} < \sqrt{5-x}$$

1

Prasyarat



$x - 3 \geq 0$ dan $5 - x \geq 0$,
sehingga $3 \leq x \leq 5$

2

Kuarratkan



$x - 3 < 5 - x$

3

Selesaikan



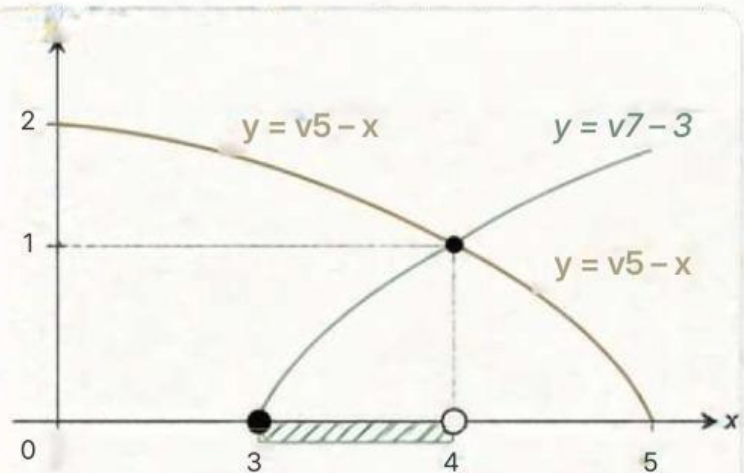
$x < 4$

4

Irisan dan verifikasi



$3 \leq x < 4$



● Pada interval $[3, 4)$, kurva $y = \sqrt{x-3}$ berada di bawah kurva $y = \sqrt{5-x}$



Kesimpulan:

$$\text{HP} = [3, 4)$$

CONTOH 3

Selesaikan pertidaksamaan berikut.

$$\sqrt{x^2 - 7} < 3$$

1

Prasyarat



$x^2 - 7 \geq 0$
 $x^2 \geq 7$
 $x \leq -\sqrt{7}$ atau $x \geq \sqrt{7}$

2

Kuarratkan



$x^2 - 7 < 9$

3

Selesaikan



$x^2 - 7 < 9$
 $x^2 < 16$
 $-4 < x < 4$

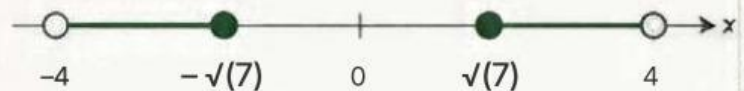
4

Irisan dengan prasyarat



$-4 < x \leq \sqrt{7}$ atau $\sqrt{7} \leq x < 4$

● Daerah penyelesaian adalah irisan antara interval $(-4, 4)$ dengan prasyarat $x \leq -\sqrt{7}$ atau $x \geq \sqrt{7}$.



● termasuk ($\leq$ atau $\geq$)

○ tidak termasuk ($<$ atau $>$)



Kesimpulan:

$$\text{HP} = (-4, -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}, 4)$$

READ: CONTOH SOAL 4



Contoh 4

$$\sqrt{x^2 - 9} \geq \sqrt{x + 3}$$

- 1 Prasyarat : $x^2 - 9 \geq 0$ dan $x + 3 \geq 0$, sehingga $x = -3$ atau $x \geq 3$
- 2 Kuadratkan : $x^2 - 9 \geq x + 3$
- 3 Selesaikan : $x^2 - x - 12 \geq 0$ sehingga $(x - 4)(x + 3) \geq 0$,
jadi $x \leq -3$ atau $x \geq 4$
- 4 Irisan : $x = -3$ atau $x \geq 4$

Kesimpulan HP = $\{-3\} \cup [4, \infty)$



Contoh 5: $-\sqrt{x - 5} < 2x - 11$

- 1 Prasyarat
 $\sqrt{x - 5} \geq 0$ $2x - 11$
 $x \geq 5$ $x > 11/2$



Ruas kanan harus positif sebelum dikuadratkan karena $\sqrt{x - 5}$ tidak negatif.

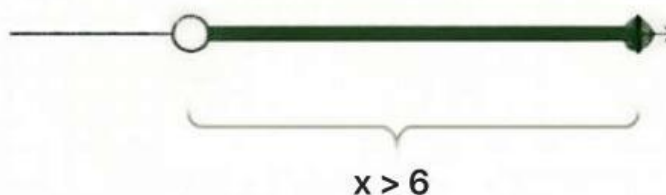
- 2 Pengkuadratan
 $\sqrt{x - 5}^2 < (2x - 11)^2$
 $(4x - 21)(x - 6) > 0$



Kesimpulan:
HP = $(6, \infty)$

- 3 Penyelesaian
 $(4x - 21)(x - 6) > 0$
 $x = 21/4 = 5,25$ dan $x = 6$

- 4 Irisan
 Dengan $x < 5,25$
 atau $x > 6$





LATIHAN MANDIRI



ANSWER

- 1 Kerjakan soal secara individu sebelum berdiskusi dengan kelompok. Tuliskan langkah dan alasan matematika dengan jelas.

1 Representasi Garis Bilangan:

Tentukan himpunan penyelesaian dari: $\sqrt{x^2 - 16} \leq 3$

1. Tentukan syarat agar bentuk akar terdefinisi.
2. Selesaikan pertidaksamaannya dengan memperhatikan syarat tersebut.
3. Tuliskan himpunan penyelesaian.
4. Gambarkan himpunan penyelesaian pada garis bilangan, dengan titik penuh atau kosong sesuai hasilnya.

Langkah penyelesaian	
Himpunan penyelesaian	Garis bilangan



2 Penyelesaian Aljabar

Tentukan himpunan penyelesaian dari: $\sqrt{x - 1} < 2$

1. Tentukan syarat bentuk akar.
2. Periksa apakah kedua ruas memungkinkan untuk dikuadratkan.
3. Selesaikan pertidaksamaan.
4. Periksa kembali hasilnya pada pertidaksamaan awal.

Langkah penyelesaian
Himpunan penyelesaian

LATIHAN KELOMPOK

DISCUSS



Petunjuk:

Kerjakan setelah latihan mandiri.

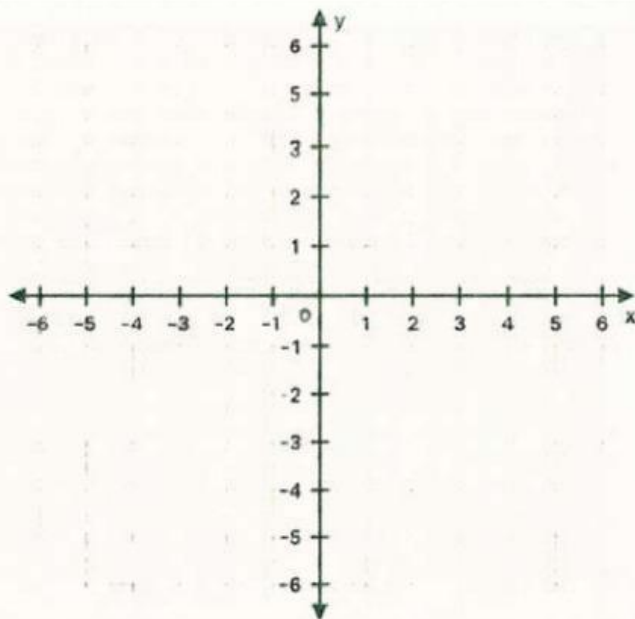
Bandingkan jawaban, sampaikan alasan matematika, dan sepakati hasil bersama kelompok.

3 Representasi Grafik

Tentukan himpunan penyelesaian: $\sqrt{2x + 1} < 3$

Tugas:

1. Tentukan syarat bentuk akar;
2. selesaikan pertidaksamaan;
3. gunakan grafik untuk menunjukkan hubungan antara $y = \sqrt{2x + 1}$ dan $y = 3$;
4. tuliskan himpunan penyelesaian berdasarkan hasilnya.



Jawaban kelompok

4 Penyelesaian Aljabar

Tentukan himpunan penyelesaian: $\sqrt{2x - 3} \geq \sqrt{x + 1}$

Tugas: Tuliskan syarat bentuk akar, langkah penyelesaian, dan pemeriksaan jawaban.

Syarat bentuk akar

Langkah penyelesaian

Pemeriksaan jawaban

Jawaban kelompok

5 Penyelesaian Aljabar

Tentukan himpunan penyelesaian: $\sqrt{4 - x} \geq 1$

Tugas: Tuliskan syarat bentuk akar, langkah penyelesaian, dan pemeriksaan jawaban.

Syarat bentuk akar

Langkah penyelesaian

Pemeriksaan jawaban

Jawaban kelompok

DISKUSI DAN PEMANTAUAN PROSES BERPIKIR



RADEC: DISCUSS



Catat hasil diskusi atas lima soal pada halaman 9-10.
Gunakan lembar ini untuk memantau langkah penyelesaian,
mengenal kesalahan, dan memperbaiki jawaban.

Nomor soal	Jawaban awal murid	Hasil pembahasan kelompok	Kesalahan atau perbedaan yang ditemukan	Perbaikan jawaban dan alasan matematika
1				
2				
3				
4				
5				



Refleksi selama diskusi

Apakah cara penyelesaian saya sama dengan teman?

Jika berbeda, apa alasan perbedaannya?

Apakah syarat bentuk akar sudah diperiksa?

Bagaimana kelompok memastikan jawaban akhirnya benar?



Monitoring

Monitoring adalah memantau langkah penyelesaian, mengenali kesalahan, dan memperbaiki jawaban selama proses belajar.

EXPLAIN, DAN CREATE



EXPLAIN

Presentasikan hasil kelompok secara runtut.

Prasyarat	
Strategi	
Langkah penyelesaian	
Pemeriksaan	
Kesimpulan	



CREATE

Buat satu soal pertidaksamaan irasional sendiri.

Soal yang dibuat	
Prasyarat	
Penyelesaian	
Pemeriksaan	

Pilih representasi visual:



Grafik



Garis bilangan sesuai bentuk soal

Gambarkan hasilnya di sini:



Planning: rencanakan langkah. Monitoring: pantau ketepatan proses. Evaluating: nilai hasil dan alasan.

REFLEKSI METAKOGNITIF DAN PENUTUP



A PLANNING (PERENCANAAN)

1

Apa yang saya ketahui sebelum menyelesaikan soal?

2

Syarat apa yang harus saya tentukan terlebih dahulu?

3

Strategi apa yang saya pilih?



B MONITORING (PENGANTARAN)

1

Apakah setiap langkah saya sudah benar?

2

Apakah saya sudah memeriksa syarat akar?

3

Bagaimana saya mengetahui adanya kesalahan?



C EVALUATING (EVALUASI)

1

Apakah jawaban memenuhi pertidaksamaan awal?

2

Apakah notasi interval atau garis bilangan saya benar?

3

Apa yang perlu saya perbaiki?

KESIMPULAN BELAJAR



Konsep yang saya pahami



Kesulitan yang saya alami



Strategi yang paling membantu



Rencana belajar berikutnya



Bagaimana Perasaanmu Setelah Belajar Hari Ini?

Pilih satu emotikon yang paling menggambarkan perasaanmu. Emotikon ini merupakan pilihan refleksi interaktif, bukan sekadar hiasan.



Senang —
Saya memahami materi dan percaya diri.



Biasa saja —
Saya cukup memahami materi, tetapi masih perlu berlatih.



Sedih —
Saya masih kesulitan dan membutuhkan bantuan.

Alasanku memilih emotikon tersebut...